

RUBIK'S CUBE

1. Méthode

- Il existe plusieurs méthodes ; on privilégie ici :
 - ◊ celle (notée S&A) consistant à placer les sommets (sans forcément tenir compte des arêtes) puis à placer les arêtes sans modifier les sommets ;
 - ◊ celle (notée A&S) analogue commençant inversement par les arêtes.
- Pour les sommets et/ou pour les arêtes, on traite en premier la position, puis on ajuste l'orientation.
- Si on utilise un cube dont les centres des faces portent un symbole repérant leur orientation, il faut enfin savoir l'imposer.

2. Cube 3×3×3

2.1. Notations

- On nomme les différents éléments à l'aide de trois couples de lettres minuscules :
 - a (avant), f (fond) ;
 - g (gauche), d (droite) ;
 - h (haut), b (bas).

Par exemple le nom gb désigne l'arête à gauche et en bas. En outre, les trois couples de lettres n'étant pas ambigus, on peut noter bg la même arête après retournement (ceci est utile ensuite pour préciser les déplacements).

De façon analogue le nom agh désigne le sommet à l'avant, à gauche et en haut. Dans ce cas, on note les faces dans l'ordre de rotation directe. Ainsi le nom gha désigne le même sommet tourné d'un tiers de tour.

- ◊ remarque : pour ce dernier exemple, la notation ahg n'existe pas.

- On désigne les rotations des différentes “tranches” à l'aide de lettres majuscules analogues, en soulignant si le sens est inversé.

Les tranches “centrales” sont précisées par des “prime”.

Par exemple le nom $A \underline{B} A' G$ désigne une rotation directe de la face avant, puis une rotation inverse de la tranche du bas, puis une rotation directe de la tranche centrale derrière la tranche avant, puis une rotation directe de la face de gauche.

♦ remarque : le sens de rotation est repéré par rapport à la tranche considérée comme si elle était vue de face ; ainsi G' (généralement non utilisé si on est droitier) équivaldrait à $\underline{D'}$.

- Les permutations des éléments (provoquées par les rotations) sont notées par des séquences de noms entre parenthèses.

Par exemple (agb, adh) représente la permutation des deux coins de la première diagonale de la face avant.

- Les rotations des éléments sur eux mêmes sont représentées par un signe + ou -.

Par exemple :

- ♦ $(adb)_+$ représente la rotation de l'élément adb sans déplacement ;
- ♦ $(ab)_+$ représente la rotation de l'élément ab sans déplacement (dans ce cas - équivaut à +) ;
- ♦ $(abg, dah)_+$ représente la rotation des éléments abg et dah qui sont permutés ; le sens + précise : $abg \rightarrow dah$, mais $dah \rightarrow gab$, même résultat que $(abg)_+$.

♦ remarque : on peut aussi noter les rotations des éléments centraux des faces (s'ils portent un symbole permettant de les repérer).

2.2. Déplacements des arêtes A&S sans tenir compte des sommets

2.2.1. Permutation de trois arêtes

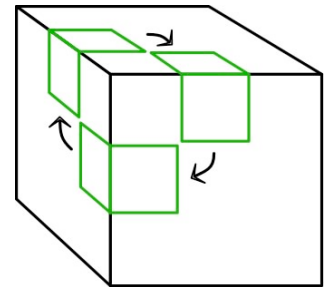
- Si on choisit de placer en premier les arêtes par des combinaisons simples, on peut utiliser les suivantes.

A G A G

- Effets : (ag, hg, ah)
 $(agh, abg)_- (dah, hgf)_+$

- Inverse : G A G A

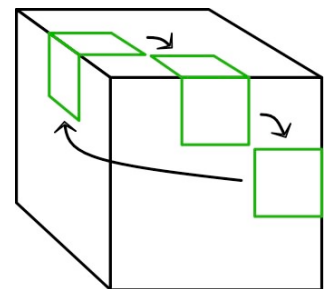
♦ remarque : l'intérêt est la simplicité.



H A H A

- Effets : (ah, ad, gh)
 $(agh, hgf)_- (ahd, adb)_+$

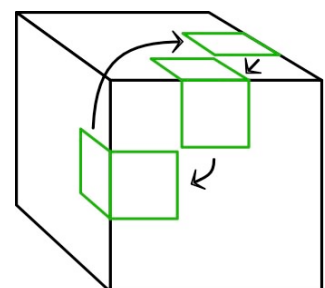
- Inverse (effet équivalent) : A H A H



H A H A

- Effets : (ah, ag, dh)
 $(ahd, hfd)_+ (agh, abg)_-$

- Inverse (effet équivalent) : A H A H



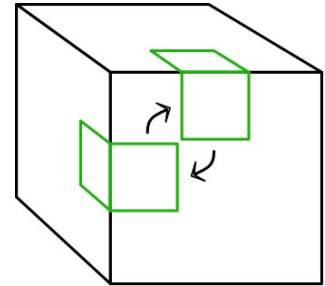
♦ remarque : l'intérêt est la simplicité.

2.2.2. Intervention de deux arêtes et contrôle de “parité”

- Si on place les arêtes en premier, mais que les permutations précédentes ne permettent pas de terminer, on peut utiliser l'intervention de deux arêtes.

$(D A \underline{D} \underline{A}) \underline{B} A B$

- Effets : $(ah, ga)_+ (db)_+$
 $(agh, bdf)_- (adb)_+$
 $(a)_+$



♦ remarque : l'intérêt est la (relative) simplicité.

- Si on doit utiliser cette transformation et que les centres des faces portent un symbole, il faut pouvoir ensuite imposer leur orientation.

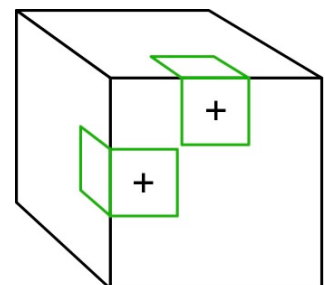
Pour que cela soit possible, il faut que la somme des rotations des centres (repérées par rapport aux autres blocs de la face) soit nulle. Si ce n'est pas le cas, par exemple $90^\circ + 180^\circ - 90^\circ$, alors il faut appliquer deux fois (de plus) la transformation précédente (n'importe où, c'est sans effet sur les positions) afin de rétablir des orientations correctes ($\pm 360^\circ$ équivaut à 0°).

2.3. Orientations des arêtes A&S sans tenir compte des sommets

- Si on place en premier les arêtes et qu'on veut les orienter par des combinaisons simples, on peut utiliser la suivante.

$(H \underline{G} \underline{H} \underline{G}) \underline{A} G A \underline{G}$

- Effets : $(ah)_+ (ag)_+$
 $(agh, hda)_+ (abg, fhg)_-$



♦ remarque : l'intérêt est la (relative) simplicité.

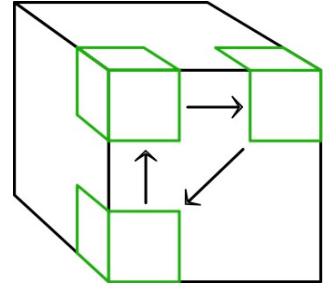
2.4. Déplacements des sommets (certains modifient les arêtes)

2.4.1. Permutation de trois sommets A&S ou S&A

$$\underline{G} (A D \underline{A}) G (A \underline{D} \underline{A})$$

- Effets : (agh, dah, bga)
- Inverse : (A D A) G (A D A) G

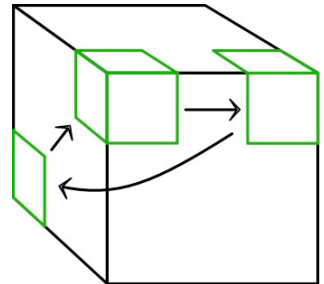
♦ remarque : cela ne modifie que la face avant.



$$\underline{G}^2 (A D \underline{A}) \underline{G}^2 (A \underline{D} \underline{A})$$

- Effets : (agh, dah, fgb)
- Inverse : (A D A) G² (A D A) G²

♦ remarque : $\underline{G}^2 = G^2$.



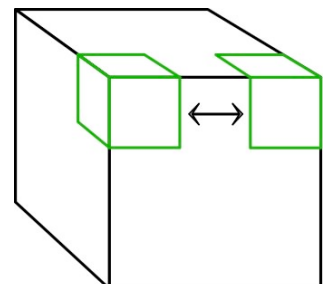
2.4.2. Interversion de deux sommets S&A sans tenir compte des arêtes

- Si on place en premier les arêtes, les sommets peuvent être ensuite complètement mis en place à l'aide des transformations précédentes.
- Si on place en premier les sommets, les permutations précédentes ne permettent pas toujours de terminer ; on peut alors utiliser l'interversion de deux sommets (cette transformation déplace les arêtes si on les a préparées avant).

$$(\underline{H} A B) \underline{A} (H A \underline{B}) \underline{G} (\underline{A} \underline{H} A H) G$$

- Effets : (ahd, hag)₊ (bad)₊ (abg)₊
(ad, ab)₊ (ag)₊ (a)₊

♦ remarque : cela ne modifie que la face avant.

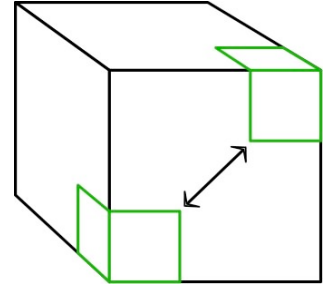


- Il existe une interversion un peu plus simple, mais elle n'est pas systématique (à partir d'une position donnée, elle ne permet d'atteindre que la moitié des sommets).

$A \underline{B} (\underline{A} \underline{G} A \underline{G}) B$

- Effets : $(abg, dah)_+ (adb)_+$
 $(ah, ad)_+ (ab)_+ (a)_+$

♦ remarque : cela ne modifie que la face avant.



- Si on doit utiliser ces transformations et que les centres des faces portent un symbole, il faut pouvoir ensuite imposer leur orientation.

Pour que cela soit possible, il faut que la somme des rotations des centres (repérées par rapport aux autres blocs de la face) soit nulle. Si ce n'est pas le cas, par exemple $90^\circ + 180^\circ - 90^\circ$, alors il faut appliquer deux fois (de plus) l'une des transformations précédentes (n'importe où, c'est sans effet sur les positions) afin de rétablir des orientations correctes ($\pm 360^\circ$ équivaut à 0°).

2.5. Orientations des sommets A&S ou S&A

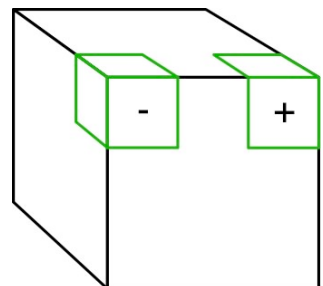
- Les rotations sont telles qu'il suffit de pouvoir tourner deux sommets adjacents pour pouvoir les réorienter tous.

$(F \underline{H} \underline{E} \underline{H}) (\underline{G} \underline{E} \underline{G}) \underline{A} (\underline{G} \underline{F} \underline{G}) (\underline{H} \underline{F} \underline{H} \underline{E}) A$

- Effets : $(agh)_- (dah)_+$

♦ remarque : l'inverse est équivalent.

♦ remarque : cela ne modifie que la face avant.



♦ remarque : variante à peine plus longue : $(\underline{A} B A \underline{B})^2 H (B \underline{A} \underline{B} A)^2 \underline{H}$

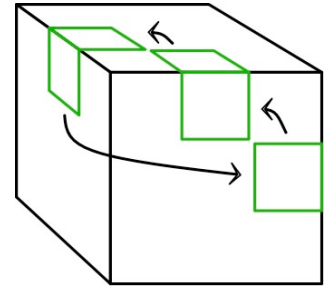
2.6. Déplacements des arêtes S&A (sans modifier les sommets)

2.6.1. Permutation de trois arêtes

$$(D A' \underline{D}) A (D \underline{A'} D) A$$

- Effets : (ad, ah, gh)

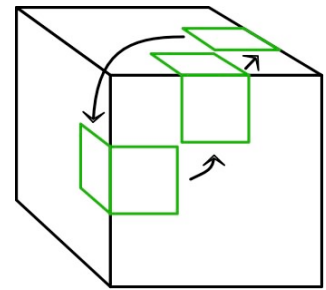
♦ remarque : l'inverse est équivalent.



$$(\underline{G} \underline{A'} G) A (\underline{G} A' G) A$$

- Effets : (ag, ah, dh)

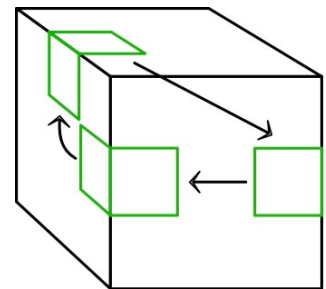
♦ remarque : l'inverse est équivalent.



$$(D A' \underline{D}) A^2 (D \underline{A'} D) A^2$$

- Effets : (ad, ag, gh)

- Inverse : $A^2 (D A' \underline{D}) A^2 (D \underline{A'} D)$

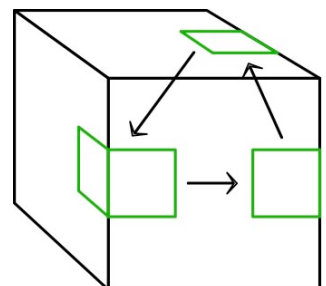


$$(\underline{G} \underline{A'} G) A^2 (\underline{G} A' G) A^2$$

- Effets : (ag, ad, dh)

- Inverse : $A^2 (\underline{G} \underline{A'} G) A^2 (\underline{G} A' G)$

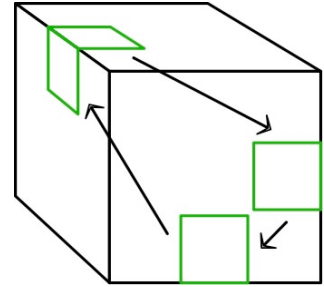
♦ remarque : $\underline{A}^2 = A^2$.



$$(D A' \underline{D}) A (D \underline{A'} D) A$$

• Effets : (ad, ab, gh)

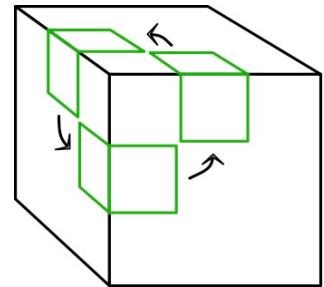
• Inverse : $\underline{A} (D A' \underline{D}) A (D \underline{A'} D)$



$$(A' \underline{G} \underline{A'} G) A (\underline{G} A' G \underline{A'}) A$$

• Effets : (ag, ah, hg)

• Inverse : $\underline{A} (A' \underline{G} \underline{A'} G) A (\underline{G} A' G \underline{A'})$



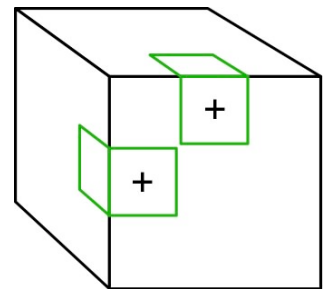
♦ remarque : si les sommets sont déjà placés, il n'y a ensuite pas besoin d'intervertir deux arêtes.

2.7. Orientation des arêtes S&A (sans modifier les sommets)

$$(\underline{H} A'^2 H^2 A' \underline{H}) A (\underline{H} \underline{A'} H^2 \underline{A'}^2 H) \underline{A}$$

• Effets : (ah)₊ (ag)₊

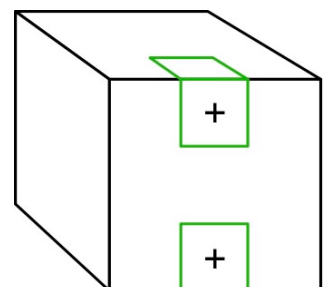
♦ remarque : $\underline{A'}^2 = A'^2$; $\underline{H}^2 = H^2$.



$$(\underline{H} A'^2 H^2 A' \underline{H}) A^2 (\underline{H} \underline{A'} H^2 \underline{A'}^2 H) \underline{A}^2$$

• Effets : (ah)₊ (ab)₊

♦ remarque : $\underline{A}^2 = A^2$.



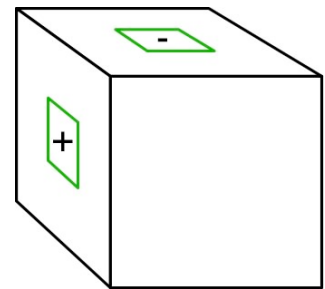
2.8. Orientation des centres des faces A&S ou S&A

• Si les centres des faces portent un symbole montrant leur orientation, il faut terminer en ajustant celle ci (d'un quart ou d'un demi tour). Il faut pour cela que la “parité” des rotations ait été respectée.

$$(\underline{D'} \underline{H'} D') H \quad (\underline{D'} H' D') \underline{H}$$

• Effets : $(g)_+ \quad (h)_-$

♦ remarque : remplacer H par H^2 ou \underline{H} donne simplement les autres possibilités d'angle de rotation.



3. Cube 4×4×4

3.1. Notations

- Les notations des sommets sont inchangées.
- Pour les arêtes, il faut ici préciser les noms des deux blocs ; on choisit par exemple de noter ' et " selon le sens croissant de l'axe correspondant.

Par exemple : ah' (à gauche) et ag" (à droite) ;
 hg' (en avant) et hg" (au fond) ;
 ag' (en bas) et ag" (en haut).

Pour l'orientation de gb', on peut noter bg' la même arête après retournement.

♦ remarque : inversement, l'absence de ' et " signifie qu'on considère l'ensemble des deux blocs.

- Les notations des centres, maintenant composés, devraient en principe être précisées. Toutefois, en commençant par cela, le placement des centres est réalisé plus vite en suivant une méthode en partie “intuitive” et non une procédure totalement formalisée.

- Les rotations des différentes tranches sont analogues ; les tranches “centrales” sont simplement précisées par ' et ".

Par exemple le nom $A \underline{B}' A'' G$ désigne une rotation directe de la face avant, puis une rotation inverse de la tranche adjacente à celle du bas, puis une rotation directe de la seconde tranche suivant derrière la tranche avant, puis une rotation directe de la face de gauche.

♦ remarque : le sens de rotation est repéré par rapport à la tranche considérée comme si elle était vue de face ; ainsi A'' équivaut à \underline{F}' (mais est généralement plus pratique).

- Les permutations et les rotations peuvent être notées de façon analogue.

3.2. Placement des centres

- On commence par repérer deux couleurs “opposées” en regardant les coins. Ainsi, si les quatre coins qui contiennent une couleur α donnée (face donnée) ne contiennent pas (sur les faces adjacentes) l'une des autres couleurs du cube, alors cette couleur ω correspond à la face opposée.

- On prépare ensuite des paires de blocs de même couleur. De façon générale, on place le cube de façon à ce que les blocs à conserver soient dans la tranche H' et ceux à déplacer dans la tranche B'. Ceci nécessite souvent une rotation de certaines faces, en particulier pour changer l'orientation de certaines paires déjà préparées.

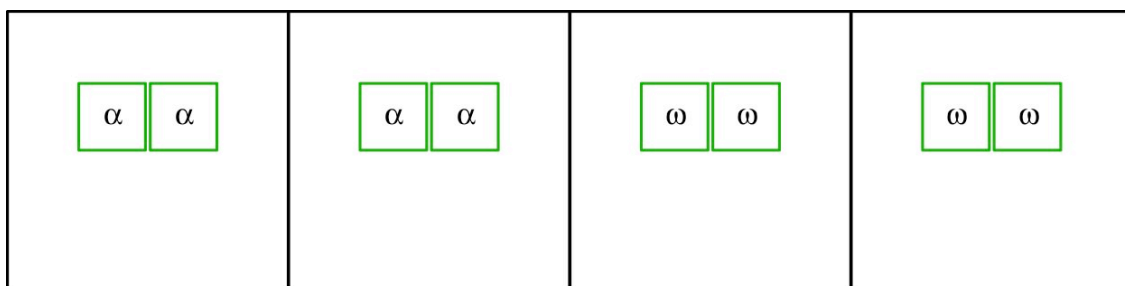
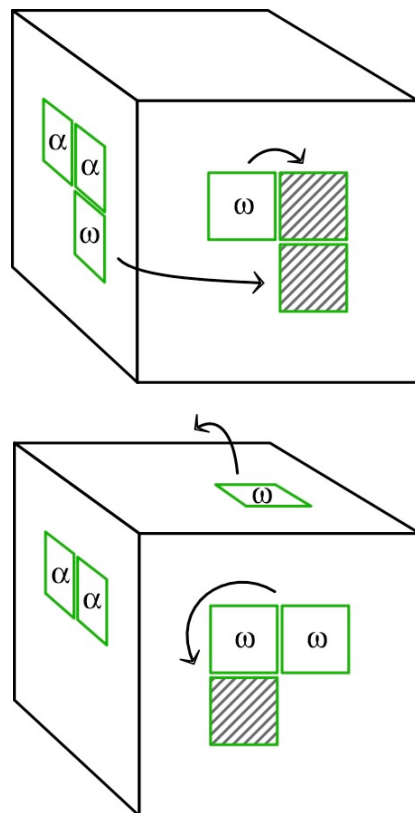
Par exemple pour la disposition ci-contre, en effectuant une rotation A puis une rotation B' on regroupe une paire ω .

Une rotation Δ permet de la “stocker” dans la tranche H' après la paire α qui y était déjà.

- Lors de la préparation des deux dernières paires, s'il faut déplacer des blocs à partir de la face supérieure (ou inférieure), il peut être nécessaire de pivoter temporairement certaines paires préparées pour pouvoir utiliser une rotation de tranche verticale.

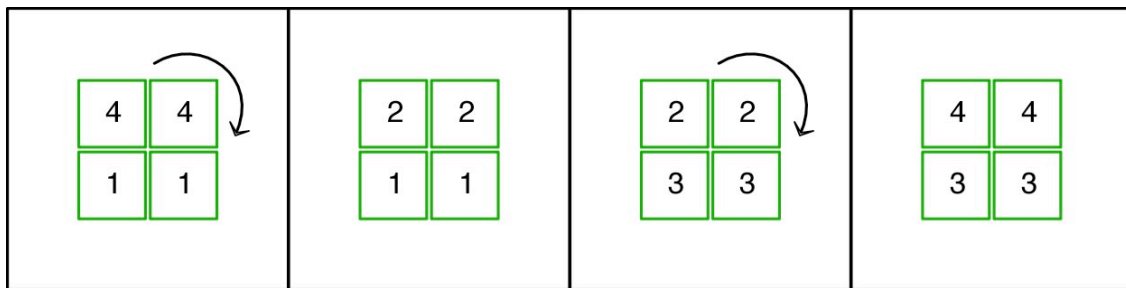
Par exemple ci-contre Δ avant D' pour former une troisième paire sur la face arrière.

- Quand on a préparé les deux paires α et les deux paires ω , on les classe dans la disposition représentée ci-dessous en mode développé.

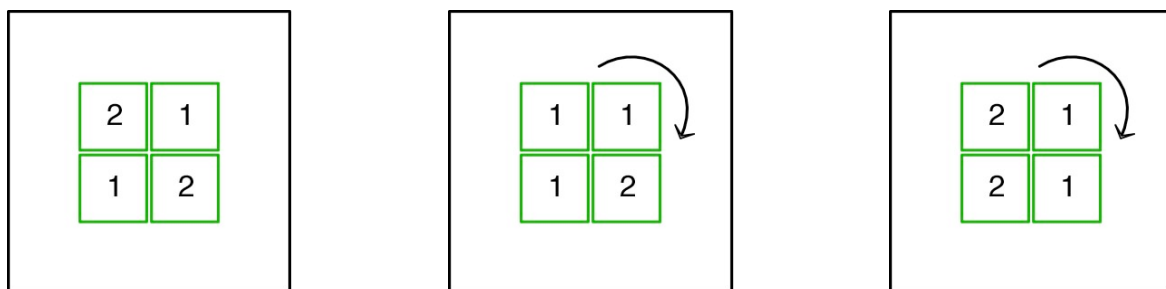


La combinaison G^2D^2B' retourne les faces des côtés et regroupe des deux paires de chaque couleur pour former les centres opposés. On place alors ces deux faces en haut et en bas, puis on reprend la même méthode de regroupement pour former huit paires avec les couleurs (1, 2, 3, 4) restant.

Ces “nombreux” regroupements sont possibles car tous les blocs concernés sont sur les faces latérales. Il faut par contre faire attention à l'ordre de préparation, imposé par l'ordre des couleurs sur les sommets. Pour terminer comme pour les deux premiers centres, il faut obtenir la disposition suivante.



• Pour préparer les deux dernières paires, il peut toutefois y avoir une interversion du type ci-dessous à gauche. Il suffit de remarquer qu'un retournement est possible : par déplacement en face d'une autre paire puis rotation comme ci-dessous au centre, puis remplacement et rotation comme à droite.



3.3. Déplacement des arêtes A&S sans tenir compte des sommets

• Pour placer les blocs arêtes en premier, une méthode simple consiste à les regrouper par paires, puis à placer les paires comme pour un cube $3 \times 3 \times 3$.

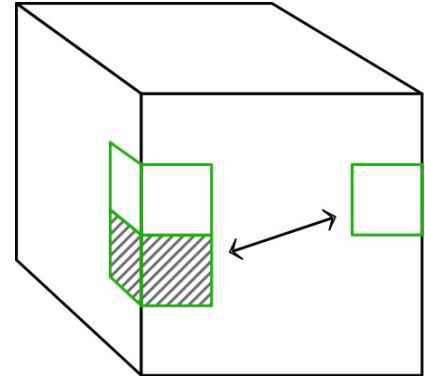
- Le regroupement peut se faire en préparant les deux blocs dans une même tranche ' ou " d'une face, puis en utilisant la transformation suivante.

$$(BB' D \underline{A}) H (\underline{D} A \underline{BB'})$$

- Effets : (ag', ah')
 $(ab, hg, hf, gb)_+$
 $(ahd, gbf, bad)_+ (abg, hgf)_-$

♦ remarque : cette permutation peut regrouper deux paires si elles sont en vis-à-vis.

♦ remarque : la préparation des deux blocs peut toujours se faire par rotation des faces dans modifier ni les centres, ni les autres arêtes.



3.4. Orientation des arêtes A&S sans tenir compte des sommets

- Si on place les arêtes en premier, on les oriente de même comme pour un cube $3 \times 3 \times 3$.

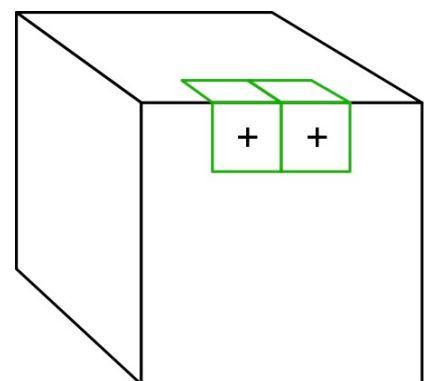
Il peut toutefois subsister un problème, lié à la “parité”, qui n'existait pas pour le cube $3 \times 3 \times 3$: une unique arête retournée.

- Mais inversement, pour le cube $4 \times 4 \times 4$, il existe la transformation suivante permettant cette réorientation particulière.

$$D'^2 F^2 (H^2 G' H^2 \underline{D'}) H^2 D' H^2 \\ (A^2 D' A^2 \underline{G'}) F^2 D'^2$$

- Effets : $(ah)_+$

♦ remarque : $\underline{D'}^2 = D'^2$; $\underline{F}^2 = F^2$; etc.

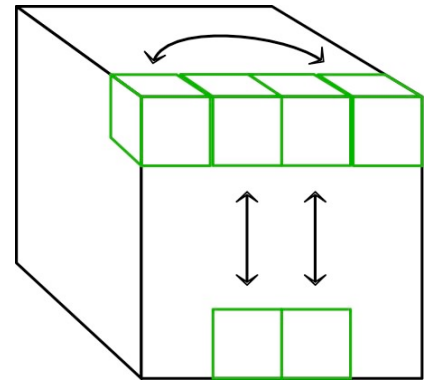


3.5. Déplacement des sommets A&S ou S&A

- On procède comme pour le cube $3 \times 3 \times 3$.
- Toutefois, si on a placé les arêtes en premier, il peut subsister un problème, lié à la “parité”, qui n'existait pas pour le cube $3 \times 3 \times 3$: deux sommets intervertis. Or, dans ce cas, on ne peut pas les intervertir sans déplacer les arêtes.
- Mais inversement, pour le cube $4 \times 4 \times 4$, il existe la combinaison suivante permettant de transformer cette interversion particulière en une interversion de deux arêtes.

$$(H \underline{A} \underline{H} \underline{A}) \underline{H} \underline{D} H^2 \underline{A} (\underline{H} \underline{A} \underline{H} \underline{A}) \underline{H} \underline{D}$$

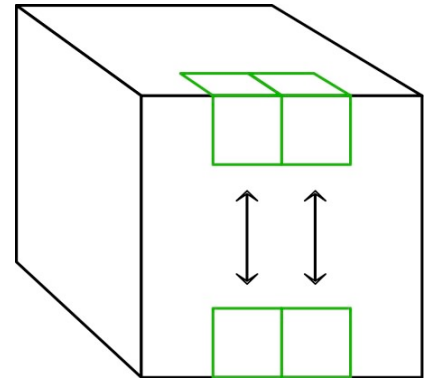
- Effets : (agh, ahd)
 (ah, ab)



- En outre, pour le cube $4 \times 4 \times 4$, il existe la combinaison suivante permettant de replacer les deux arêtes ainsi interverties.

$$D'^2 A^2 D'^2 (A A')^2 D'^2 A'^2$$

- Effets : (ah, ab)



♦ remarque : $\underline{D}'^2 = D'^2$; $\underline{A}^2 = A^2$; etc.

♦ remarque : il faut ensuite généralement réorienter les arêtes ainsi remplacées.

3.6. Orientation des sommets A&S ou S&A

- On procède comme pour le cube $3 \times 3 \times 3$.

3.7. Déplacements des arêtes S&A (sans déplacer les sommets)

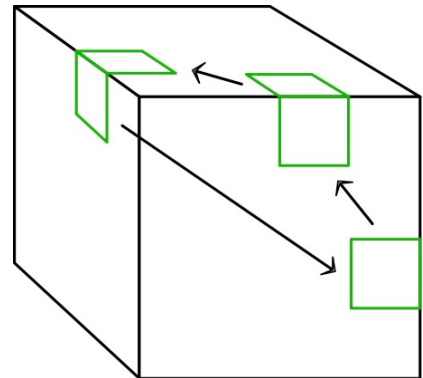
3.7.1. Permutation de trois arêtes

- On peut utiliser les transformations suivantes (analogues à celles du cube $3 \times 3 \times 3$).

$$(D A' \underline{D}) A (D \underline{A'} \underline{D}) A$$

- Effets : (ad', ah'', gh')
- Inverse : $A (D A' \underline{D}) A (D \underline{A'} \underline{D}) A$

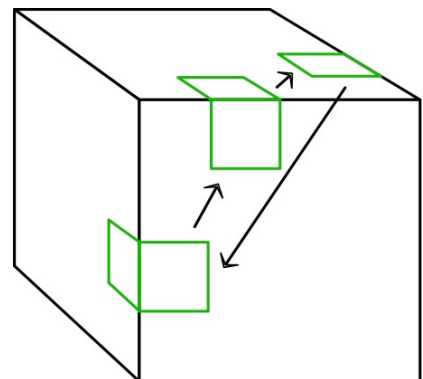
♦ remarque : analogue avec A'' équivalent.



$$(\underline{G} \underline{A'} \underline{G}) A (\underline{G} A' \underline{G}) A$$

- Effets : (ag', ah', dh')
- Inverse : $A (\underline{G} \underline{A'} \underline{G}) A (\underline{G} A' \underline{G}) A$

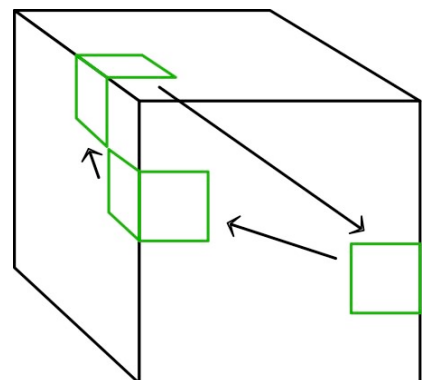
♦ remarque : analogue avec A'' équivalent.



$$(D A' \underline{D}) A^2 (D \underline{A'} \underline{D}) A^2$$

- Effets : (ad', ag'', gh')
- Inverse : $A^2 (D A' \underline{D}) A^2 (D \underline{A'} \underline{D}) A^2$

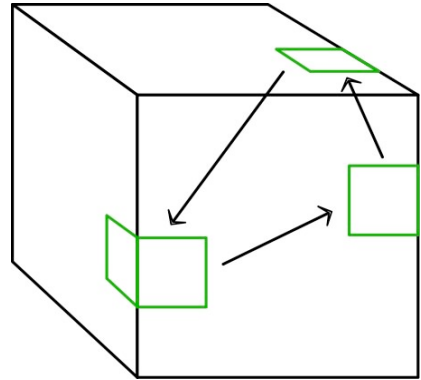
♦ remarque : $\underline{A}^2 = A^2$.



$$(\underline{G} \underline{A}' G) \underline{A}^2 (\underline{G} \underline{A}' G) A^2$$

- Effets : (ag', ad'', dh')
- Inverse : $\underline{A}^2 (\underline{G} \underline{A}' G) A^2 (\underline{G} \underline{A}' G)$

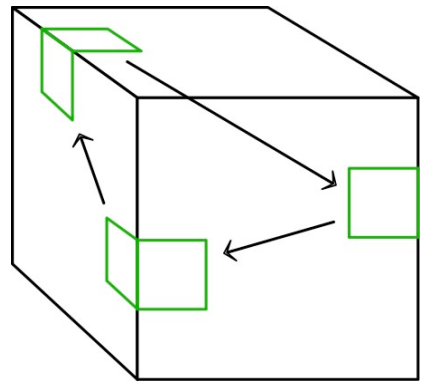
♦ remarque : $\underline{A}^2 = A^2$.



$$(\underline{D} \underline{A}'' \underline{D}) A^2 (\underline{D} \underline{A}'' \underline{D}) \underline{A}^2$$

- Effets : (ad'', ag', gh'')
- Inverse : $A^2 (\underline{D} \underline{A}'' \underline{D}) \underline{A}^2 (\underline{D} \underline{A}'' \underline{D})$

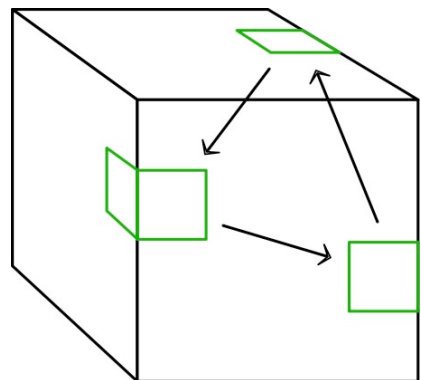
♦ remarque : $\underline{A}^2 = A^2$.



$$(\underline{G} \underline{A}'' G) \underline{A}^2 (\underline{G} \underline{A}'' G) A^2$$

- Effets : (ag'', ad', dh'')
- Inverse : $\underline{A}^2 (\underline{G} \underline{A}'' G) A^2 (\underline{G} \underline{A}'' G)$

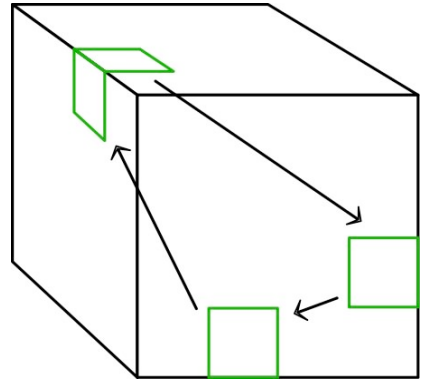
♦ remarque : $\underline{A}^2 = A^2$.



$$(D A' \underline{D}) \underline{A} (D \underline{A'} \underline{D}) A$$

• Effets : (ad', ab', gh')

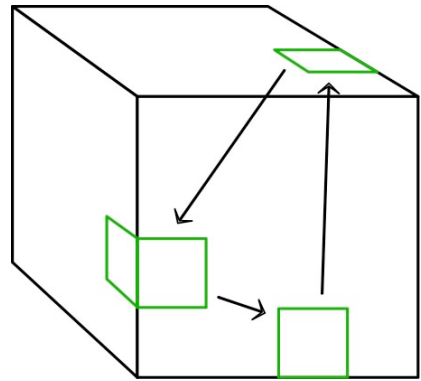
• Inverse : $\underline{A} (D A' \underline{D}) A (D \underline{A'} \underline{D})$



$$(\underline{G} \underline{A'} G) A (\underline{G} \underline{A'} G) \underline{A}$$

• Effets : (ag', ab'', dh')

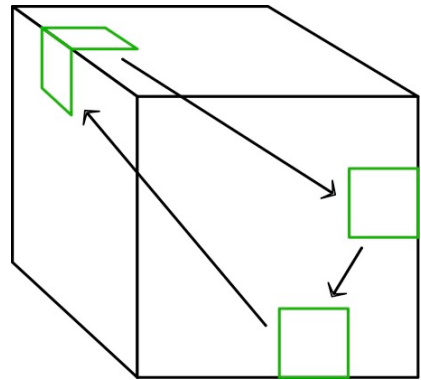
• Inverse : $A (\underline{G} \underline{A'} G) \underline{A} (\underline{G} \underline{A'} G)$



$$(D A'' \underline{D}) \underline{A} (D \underline{A''} \underline{D}) A$$

• Effets : (ad'', ab'', gh'')

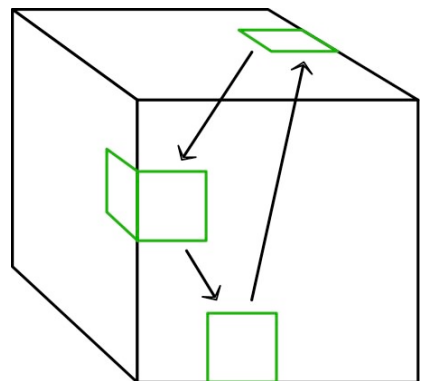
• Inverse : $\underline{A} (D A'' \underline{D}) A (D \underline{A''} \underline{D})$



$$(\underline{G} \underline{A''} G) A (\underline{G} \underline{A''} G) \underline{A}$$

• Effets : (ag'', ab', dh'')

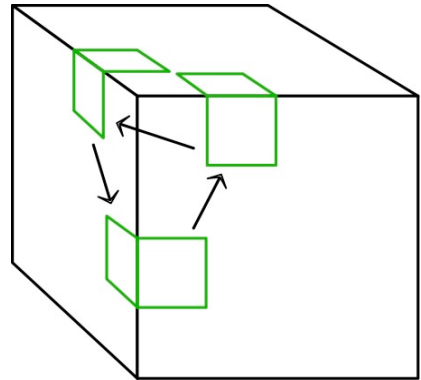
• Inverse : $A (\underline{G} \underline{A''} G) \underline{A} (\underline{G} \underline{A''} G)$



$$(A' \underline{G} \underline{A'} G) \underline{A} (\underline{G} A' G \underline{A'}) A$$

• Effets : (ag', ah', hg')

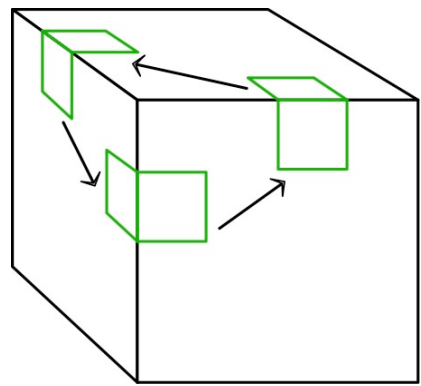
• Inverse : $\underline{A} (A' \underline{G} \underline{A'} G) A (\underline{G} A' G \underline{A'})$



$$(A'' \underline{G} \underline{A''} G) \underline{A} (\underline{G} A'' G \underline{A''}) A$$

• Effets : (ag'', ah'', hg'')

• Inverse : $\underline{A} (A'' \underline{G} \underline{A''} G) A (\underline{G} A'' G \underline{A''})$



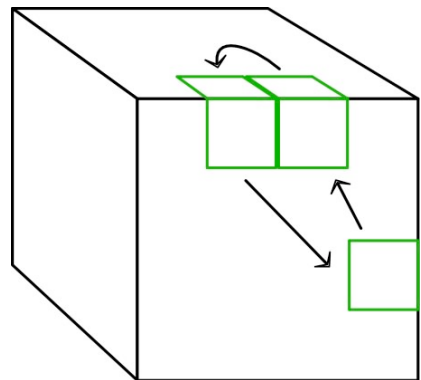
• La fin du placement des arêtes est plus facile à réaliser en utilisant une combinaison de ces deux dernières transformations.

$$\underline{D} (D' \underline{A} \underline{D'} A) D (\underline{A} D' A \underline{D'})$$

$$(H'' \underline{D} \underline{H''} D) \underline{H} (\underline{D} H'' D \underline{H''}) H$$

• Effets : (ad', ah'', ha')

• Inverse : $\underline{H} (H'' \underline{D} \underline{H''} D) H (\underline{D} H'' D \underline{H''})$
 $(D' \underline{A} \underline{D'} A) \underline{D} (\underline{A} D' A \underline{D'}) D$

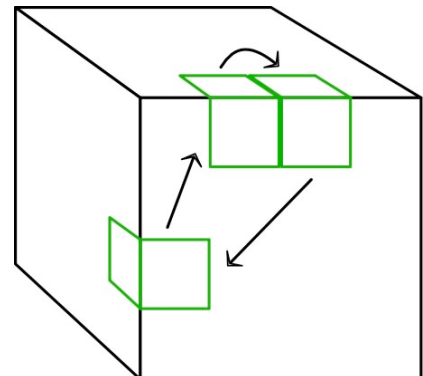


♦ remarque : cela ne modifie que la face avant.

$G (\underline{G'} A G' A) \underline{G} (A \underline{G'} A G')$
 $(\underline{H''} G H'' \underline{G}) H (G \underline{H''} G H'') \underline{H}$

• Effets : (ag', ah', ha'')

• Inverse : $H (\underline{H''} G H'' \underline{G}) \underline{H} (G \underline{H''} G H'')$
 $(\underline{G'} A G' A) G (A \underline{G'} A G') \underline{G}$



♦ remarque : cela ne modifie que la face avant.

♦ remarque : si les sommets sont déjà placés, il n'y a pas ensuite de problème de "parité" nécessitant d'intervertir deux arêtes ; par contre, cette méthode S&A de placement des arêtes est un peu moins rapide.

3.8. Orientation des arêtes S&A (sans déplacer les sommets)

• La méthode précédente pour placer les arêtes est assez souple pour qu'on puisse presque les orienter toutes au fur et à mesure, en même temps qu'on les place. Cela tient au fait qu'elles sont inversées si et seulement elles sont interverties : étant alors par paires, on peut au besoin les réorienter comme pour un cube 3×3×3.

S'il subsiste une arête inversée (problème de "parité"), procéder comme pour la méthode A&S.

3.9. Orientation des centres des faces A&S ou S&A

• Si les centres des faces portent un symbole montrant leur orientation, il faut terminer en ajustant celle ci (d'un quart ou d'un demi tour). S'ils sont bien groupés (cela s'impose lors de l'étape du début), il suffit de les réorienter comme pour un cube 3×3×3.