

DYNAMIQUE - PRINCIPE DE MOINDRE ACTION - exercices

I. Définition d'un lagrangien

- On suppose qu'on modifie le lagrangien $\mathcal{L}(q, q\dot{}, t)$ d'un système en lui ajoutant la dérivée totale par rapport au temps d'une fonction $f(q, t)$ arbitraire.
- Déterminer la modification que cela provoque pour l'action et en déduire que cela n'a aucun effet sur l'étude du mouvement.

II. Changement de référentiel galiléen

- Montrer que le lagrangien d'un point matériel isolé est "invariant" par changement de référentiel galiléen.

III. Expression du lagrangien

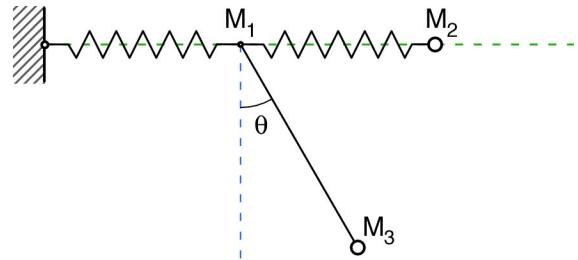
- On considère un système de points matériels.

- Les équations du mouvement sont-elles modifiées si on multiplie le lagrangien par une constante arbitraire ?
- Est-il possible de multiplier chaque terme du lagrangien par une constante arbitraire différente ?

IV. Système de points matériels

- On considère un système de trois points matériels de masses : $m_1 \approx 0$; $m_2 = 2m$; $m_3 = m$.
- Les points M_1 et M_2 glissent sans frottement sur un rail horizontal et interagissent avec deux ressorts identiques de raideur k et de longueur à vide l_0 . On repère ces points par leur abscisses x_1 et x_2 .
- Le point M_3 est suspendu en M_1 par une tige de masse négligeable et de longueur L . On repère ce point par l'angle θ de la tige par rapport à la verticale.

- Exprimer l'énergie cinétique des trois points.



- Exprimer le lagrangien du système.
- En déduire les équations du mouvement.

- a) Déterminer la position d'équilibre du système.

- b) En se limitant à des petits mouvements au voisinage de l'équilibre (on peut généraliser en utilisant des séries de Fourier), déterminer les "modes propres" envisageables et les conditions requises pour cela.