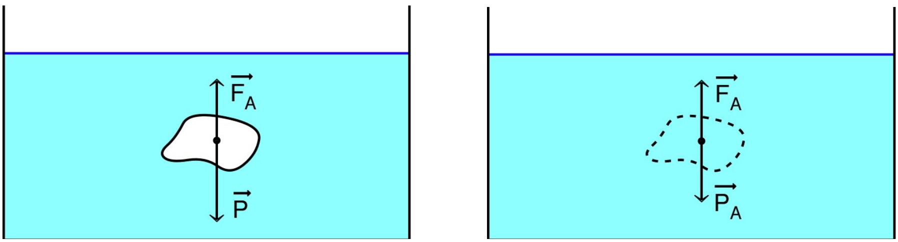
M. III* - DYNAMIQUE - POUSSÉE D'ARCHIMÈDE

1. Étude statique

1.1. Cas général

• La poussée d'Archimède peut être interprétée simplement en considérant l'équilibre d'un corps plongé dans un fluide et soumis à la pesanteur.

En l'absence du corps étudié, la quantité de fluide qui occuperait le même volume serait en équilibre, donc la somme des forces pressantes qu'elle subirait serait l'opposé de son poids.



L'hypothèse la plus simple est que les forces pressantes exercées dans le fluide sont indépendantes de la nature de l'objet sur lequel elles s'exercent.

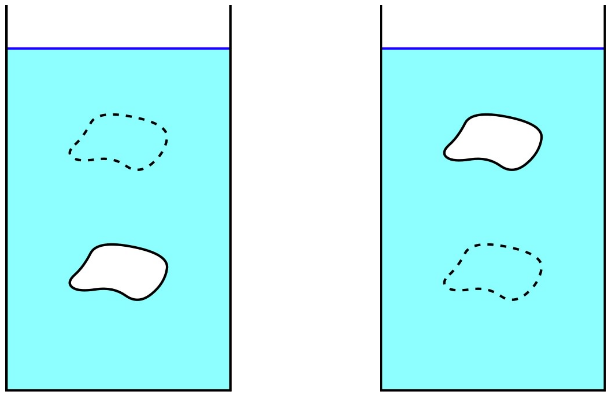
Dans ce cas la somme des forces pressantes subies par le corps plongé dans le fluide, nommée “poussée d'Archimède”, est égale à l'opposé du poids du fluide “déplacé”.

◊ remarque : l'expression “fluide déplacé” désigne la quantité de fluide à la place duquel se trouve le corps étudié ; il ne s'agit pas de fluide en mouvement puisqu'on raisonne sur un équilibre.

◊ remarque : le raisonnement précédent justifie qu'on puisse considérer que la poussée d'Archimède est appliquée au centre de gravité du fluide déplacé.

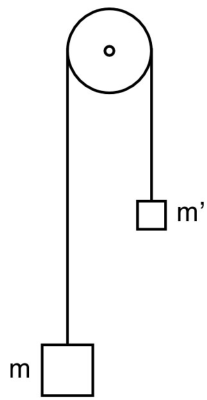
◊ remarque : pour un solide flottant à la surface de l'eau, il suffit de considérer la somme des effets causés respectivement par l'eau et l'air “déplacés”.

• Un autre raisonnement est envisageable avec l'énergie potentielle de pesanteur : lorsque, dans le fluide, on fait varier l'altitude du corps étudié, cela provoque un déplacement inverse d'un volume de fluide équivalent :



On est ainsi conduit à considérer que le travail de la poussée d'Archimède, action réciproque de celle exercée par le corps sur le fluide, dérive d'une énergie potentielle variant de façon opposée à celle du fluide déplacé ; la poussée d'Archimède correspond donc à une force opposée au poids du fluide déplacé.

◊ remarque : ceci est en rapport direct avec le dispositif nommé “machine d'Atwood” (en supposant que la poulie est de masse négligeable) ; du fait de la présence du “contrepoids”, le mobile de masse m se comporte comme s'il avait une masse pesante $m - m'$.



1.2. Forces de tension superficielle

• En seconde approximation, il faut tenir compte du comportement différent des molécules de fluide présentes au voisinage immédiat de la surface (dans une couche d'épaisseur inférieure au millimètre) : contrairement aux molécules situées loin de le surface, elles n'interagissent avec “le fluide” que d'un côté. De ce fait, leur énergie d'interaction est plus faible.

Les molécules de fluide étant “liées” (maintenues groupées) par leurs interactions, l'énergie d'interaction correspondante est négative (il faut ajouter de l'énergie pour forcer ces molécules à se séparer).

Une façon simple de décrire le “manque” d'énergie (négative) au voisinage de la surface consiste à considérer qu'il y a, en plus, de l'énergie d'interaction positive répartie “en surface” (en volume, mais dans une couche très mince).

• La pression dans le fluide correspond à une force pressante exercée sur chaque unité de la surface de contact, mais l'unité $\mathrm{N.m^{-2}}$ est identique à l'unité de “densité d'énergie” $\mathrm{J.m^{-3}}$. Ainsi la pression (positive) n'est pas indépendante de la densité volumique d'énergie d'interaction (négative) dans le fluide.

De façon analogue, une densité surfacique positive d'énergie d'interaction en surface est associée à une force attractive par unité de longueur sur tout élément du bord d'une portion de la surface : une “tension superficielle”. C'est ainsi qu'est “tendue” la surface des bulles de savon.

• Dès lors qu'on fait intervenir dans un fluide des solides assez petits, les forces de tension superficielle ne sont plus négligeables.

Elles permettent d'expliquer par exemple que de petits objets, pourtant plus denses que l'eau, puissent tout de même flotter en surface.

Elles expliquent aussi pourquoi la sève des arbres peut s'élever dans les fines canalisations des hautes branches, là ou tout calcul négligeant la tension superficielle conclurait à tort que la pression du fluide y est négative.

◊ remarque : les fines canalisations sont aussi nommées tubes “capillaires” car d'épaisseur comparable à celle d'un cheveu ; les forces de tension superficielle sont de ce fait parfois nommées “forces de capillarité”.

2. Étude dynamique

2.1. Cas général

• Les raisonnements précédents suggèrent que la poussée d'Archimède est différente lorsque le corps étudié est en mouvement :

◊ la méthode des forces doit faire intervenir l'accélération du fluide ;

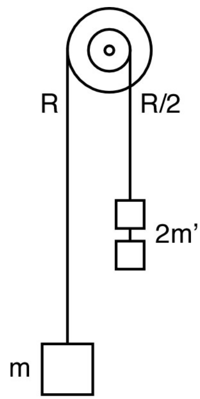
◊ la méthode de l'énergie doit considérer l'énergie cinétique du fluide.

◊ remarque : on peut se demander si l'interaction avec le fluide déplacé n'est pas ce qui constitue le "frottement" ; c'est entre autres cela (compte tenu de la viscosité ou des turbulences) mais non uniquement, car le frottement dans le fluide correspond à un terme proportionnel à la vitesse ou à son carré, alors que le terme envisagé ici est proportionnel à l'accélération.

• L'analogie avec une machine d'Atwood (ici modifiée) suggère que la masse en mouvement est de l'ordre de grandeur de la somme de la masse du corps étudié et de celle du fluide "déplacé" (dans ce cas, il est effectivement en mouvement), mais ce n'est pas aussi simple.

Pour l'énergie potentielle, le détail du déplacement réel importe peu : déplacer une masse double d'une hauteur moitié donne la même variation d'énergie potentielle.

Pour l'énergie cinétique, déplacer une masse double à une vitesse moitié donne une variation d'énergie cinétique moitié. Pour l'exemple représenté, du fait de la présence du "contre-poids", le mobile de masse m se comporte comme s'il avait une masse inerte $m + \frac{1}{2}m'$.



• Pour un solide en mouvement dans un fluide, le détail des lignes de courant dans le fluide est très important. Dans le cas d'une boule en mouvement rectiligne dans un fluide parfait, on peut montrer que la "masse équivalente" de fluide entrainé est $m_e = \beta\, m_d$ avec $\beta = \frac{1}{2}$.

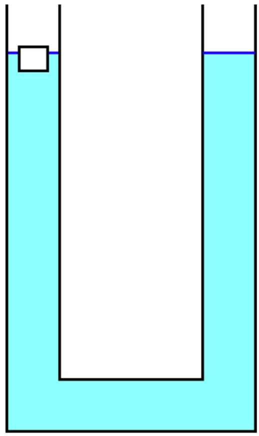
Pour un “point matériel” en mouvement dans un fluide, la prise en compte de la poussée d'Archimède et de la traînée dynamique revient à lui attribuer :

◊ une masse pesante $m - m_d$ diminuée de celle du fluide déplacé ;

◊ une masse inerte $m + m_e$ augmentée de celle du fluide entrainé.

2.2. Systèmes complexes

• Le raisonnement précédent suppose que le fluide circule de façon simple, de telle façon que la quantité de fluide déplacé est minimale.



Pour un dispositif tel que celui ci-contre, on peut mettre en évidence la possibilité de comportements moins évidents. On peut par exemple distinguer deux types d'oscillations :

◊ une oscillation rapide, ne mettant en mouvement qu'un volume d'eau local comparable au volume du solide ;

◊ une oscillation lente, mettant en mouvement l'ensemble de l'eau du tube en U.

• En effet, l'oscillation globale mettant en jeu une masse de fluide importante est difficile à démarrer (l'inertie est importante).

Mais l'oscillation locale du fluide uniquement au voisinage du solide, facilement mise en œuvre, provoque une variation du niveau du côté gauche (parce que le solide n'est que partiellement immergé et que la largeur du tube n'est pas très grande).

Le principe des vases communicants fait donc que le niveau tend à se rééquilibrer avec l'autre côté, ce qui (après une durée assez longue) tend à provoquer l'oscillation globale.

◊ remarque : pour l'oscillation globale $m_e \gg m_d$.