

POUSSÉE D'ARCHIMÈDE - corrigé du TP

1. Étude statique

1.1. Dispositif

•

1.2. Mesures

•

1.3. Interprétation

•

2. Étude dynamique

2.1. Dispositif

- La première expérience utilise une balle de masse $m = 46,5 \text{ g}$ et de rayon $r = 21,35 \text{ mm}$ en mouvement dans un tube de hauteur 25 cm et de diamètre 10 cm .

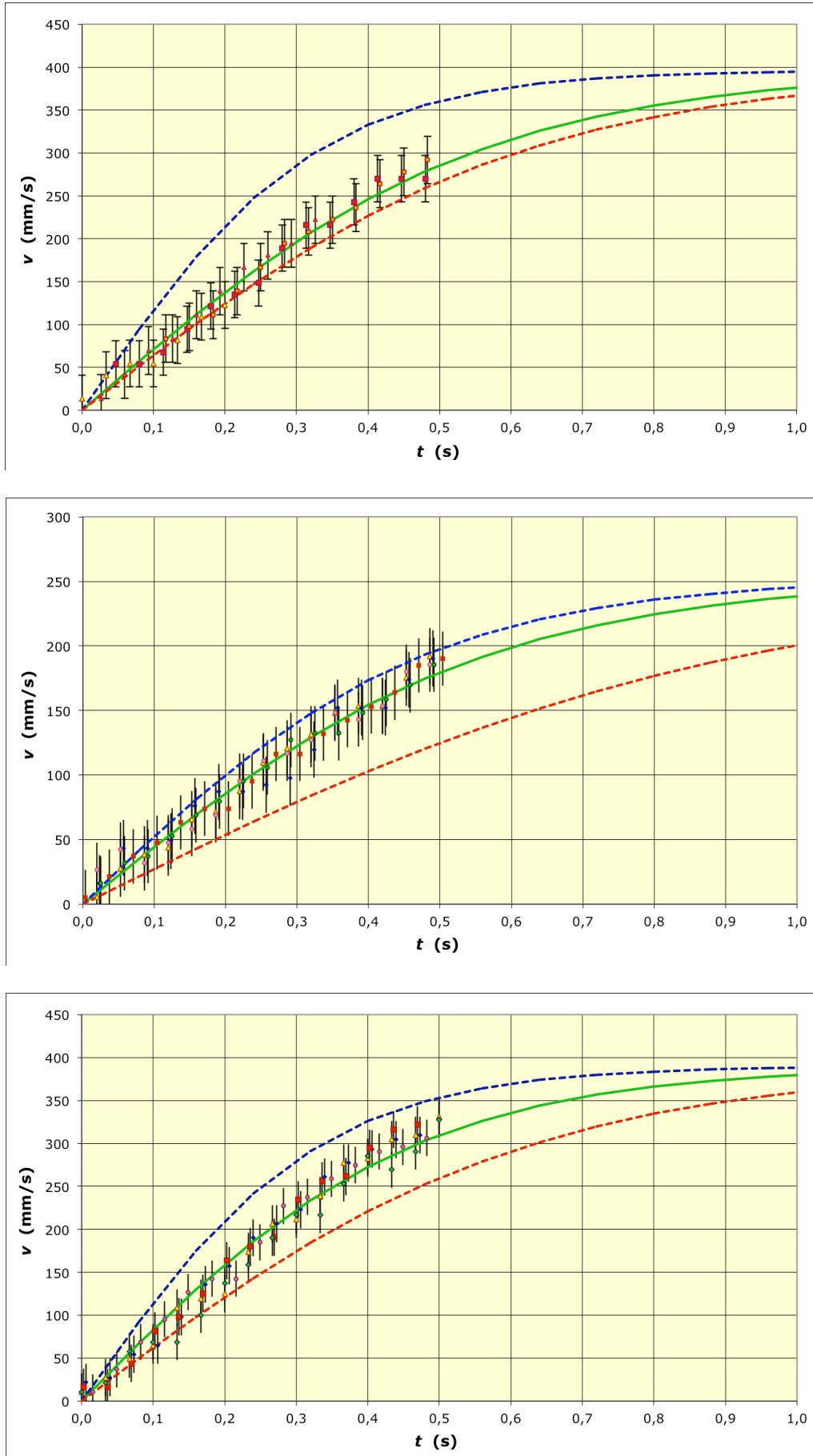
La deuxième expérience utilise une balle de masse $m = 42,5 \text{ g}$ et de rayon $r = 21,25 \text{ mm}$ en mouvement dans un tube de hauteur 30 cm et de diamètre 30 cm .

La troisième expérience utilise une balle de masse $m = 46,0 \text{ g}$ et de rayon $r = 21,30 \text{ mm}$ en mouvement dans un tube de hauteur 30 cm et de diamètre 30 cm .

- La webcam enregistre 30 images par seconde en 640×480 pixels .

2.2. Mesures

- On obtient les courbes ci-après (les limites correspondant à $\beta = 0$ et $\beta = 1$ sont indiquées en pointillés respectivement bleus et rouges).
- Les ajustements donnent tous $C_x \approx 0,43$ à $0,45$; ceci correspond aux valeurs généralement admises pour une sphère.



2.3. Interprétation

2.3.1. Étude des ordres de grandeur

- On considère un exemple de balle de golf plongée dans l'eau :
 - ◊ la masse est $m = 46,5 \text{ g}$ et le rayon $r = 21,35 \text{ mm}$;
 - ◊ la masse d'eau déplacée est $m_d = 40,8 \text{ g}$;
 - ◊ le poids diminué de la poussée d'Archimède est $P' = 55,9 \text{ mN}$.
- Le nombre de Reynolds délimite les régimes :
 - ◊ laminaire réversible pour $R_e < 1$;
 - ◊ laminaire non réversible pour $2 < R_e < 1000$;
 - ◊ turbulent pour $R_e > 2000$.
- Avec un frottement visqueux :
 - ◊ la viscosité (dynamique) de l'eau est $\eta = 0,001 \text{ Pa.s}$;
 - ◊ le frottement visqueux sur une sphère $f = 6\pi r \eta v$;
 - ◊ la vitesse limite (pour une sphère) serait $v = \frac{P'}{6\pi r \eta} \approx 140 \text{ m.s}^{-1}$;
 - ◊ le nombre de Reynolds serait $R_e = \frac{\rho r v}{\eta} \approx 2 \cdot 10^6 \gg 2000$; cela serait nettement contradictoire.
- Avec un frottement turbulent :
 - ◊ le frottement turbulent sur une sphère $f = \frac{1}{2} C_x S \rho v^2$ avec $C_x \approx 0,5$;
 - ◊ la vitesse limite (pour une sphère) serait $v = \sqrt{\frac{2 P'}{C_x S \rho}} \approx 0,56 \text{ m.s}^{-1}$;
 - ◊ le nombre de Reynolds serait $R_e = \frac{\rho r v}{\eta} \approx 12000 > 2000$; cela est plausible.

2.3.2. Modélisation théorique

- Les ordres de grandeur montrent qu'aux grandes vitesses il faut considérer un frottement turbulent, mais le mouvement commence à vitesse nulle, donc au début faible, donc avec un frottement laminaire (visqueux). Une étude des propriétés respectives est nécessaire pour concilier les deux.
- Avec un axe vertical (Oz) orienté vers le bas, en notant m_d la masse d'eau "déplacée" intervenant dans la poussée d'Archimède (statique) et $m_e = \beta m_d$ la masse d'eau "entraînée" intervenant dans la poussée "dynamique", le frottement visqueux donne l'équation : $(m + m_e) \dot{v} = (m - m_d) g - \lambda_1 v$ avec $\lambda_1 = 6\pi r \eta$.

L'intégration donne pour la vitesse : $v(t) = v_1 \cdot (1 - e^{-\alpha_1 t})$ avec $v_1 = \frac{(m-m_d)g}{\lambda_1}$ et $\alpha_1 = \frac{\lambda_1}{m+\beta m_d}$.

Au début du mouvement : $v(t) \approx g' t$ (tangente à l'origine) avec une accélération : $g' = \alpha_1 v_1 = \frac{m-m_d}{m+\beta m_d} g$.

- Le frottement turbulent donne l'équation : $(m + m_e) \dot{v} = (m - m_d) g - \lambda_2 v^2$ avec $\lambda_2 = \frac{1}{2} C_x S \rho$.

L'intégration donne pour la vitesse : $v(t) = v_2 \tanh(\alpha_2 v_2 t)$ avec $v_2 = \sqrt{\frac{(m-m_d)g}{\lambda_2}}$ et $\alpha_2 = \frac{\lambda_2}{m+\beta m_d}$.

Au début du mouvement : $v(t) \approx g' t$ (tangente à l'origine) avec une accélération : $g' = \alpha_2 v_2^2 = \frac{m-m_d}{m+\beta m_d} g$ identique à celle obtenue pour un frottement laminaire.

◊ remarque : on peut aussi envisager une description par l'étude de $v(z)$: $v \frac{dv}{dz} = g' - \alpha_2 v^2$, dont l'intégration donne : $v(z) = v_2 \sqrt{1 - e^{-2\alpha_2 z}}$; au début du mouvement : $v^2(z) \approx 2 g' z$ (tangente à l'origine) ; les incertitudes relatives sur v^2 sont toutefois plus grandes et cette méthode est globalement moins bonne.

- L'analogie des comportements à faible vitesse justifie qu'on puisse utiliser un modèle turbulent même aux plus faibles vitesses (où cela est moins justifié), ce qui permet un traitement global des mesures sans devoir chercher un “raccordement” de deux modélisations.

2.3.3. Commentaires sur les mesures

- Les trois exemples sont globalement bien décrits par la modélisation, mais plutôt déroutants :
 - ◊ le premier donne $\beta \approx 0,78 \pm 0,15$ plutôt compatible avec un entraînement d'eau important (cela provient peut-être du tube plus étroit, causant un influence plus grande de la circulation d'eau remontant autour de la balle) ;
 - ◊ le deuxième donne $\beta \approx 0,20 \pm 0,15$ plutôt compatible avec un entraînement d'eau faible (cela peut provenir des faibles vitesses dans un tube plus large) ;
 - ◊ le troisième donne $\beta \approx 0,45 \pm 0,10$ tout à fait intermédiaire (pour des plus grandes vitesses dans un tube plus large)...
- Il semble donc que l'étude dynamique de la balle en interaction avec l'eau nécessite une approche plus détaillée de mécanique des fluides (non envisagée ici, faute de temps...).
- ◊ remarque : si d'aucuns ont des idées pour améliorer simplement l'expérimentation (sans nécessiter de dispositif trop élaboré), les suggestions sont bienvenues...