Énergie potentielle d'interaction des anneaux magnétiques

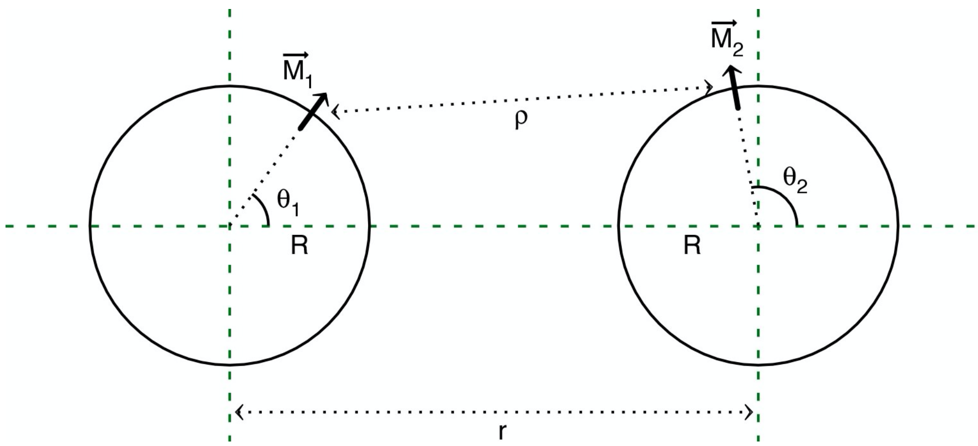
1. Interaction de deux aimants alignés

• Pour un aimant de moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}_1}$, le champ magnétique est : $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(3\,\overrightarrow{\mathcal{M}_1}\cdot\vec{u}_r)\,\vec{u}_r - \overrightarrow{\mathcal{M}_1}}{r^3}$ donc dans l'axe de l'aimant : $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\overrightarrow{\mathcal{M}_1}}{r^3}$.

• La force exercée sur un aimant de moment $\overrightarrow{\mathcal{M}_2}$ placé dans l'axe (en disposition “antiparallèle”) est : $\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p$ avec $E_p = -\overrightarrow{\mathcal{M}_2} \cdot \vec{B}_1$ c'est-à-dire : $E_p = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathcal{M}_1\,\mathcal{M}_2}{r^3}$.

2. Interaction de deux anneaux entourés d'aimants

• Pour un aimant de moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}_1}$, placé dans la direction θ_1 sur le pourtour du premier anneau, en interaction avec un aimant de moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}_2}$, placé dans la direction θ_2 sur le pourtour du deuxième anneau, l'énergie potentielle d'interaction est : $E_p = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\overrightarrow{\mathcal{M}_1}\cdot\overrightarrow{\mathcal{M}_2}}{\rho^3}$.



• Compte tenu de : $\rho^2 = [r + R\ \cos(\theta_2) - R\ \cos(\theta_1)]^2 + [R\ \sin(\theta_2) - R\ \sin(\theta_1)]^2$ ceci correspond à :

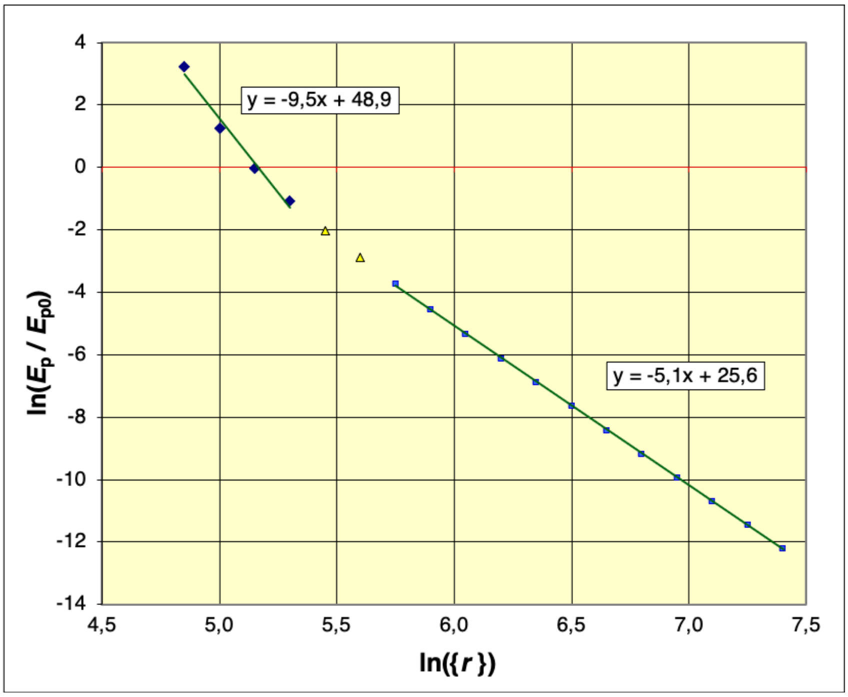
$$E_p = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathcal{M}_1\,\mathcal{M}_2}{R^3} \frac{\cos(\theta_2-\theta_1)}{[(x+\cos(\theta_2)-\cos(\theta_1))^2+(\sin(\theta_2)-\sin(\theta_1))^2]^{3/2}} \quad \text{avec} \quad x = \frac{r}{R} > 2 .$$

• En notations réduites, l'énergie potentielle d'interaction totale de tous les aimants d'un anneau avec tous ceux de l'autre anneau peut s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{E}(x) = \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\cos(\theta_2-\theta_1)}{[(x+\cos(\theta_2)-\cos(\theta_1))^2+(\sin(\theta_2)-\sin(\theta_1))^2]^{3/2}}\, d\theta_1\ d\theta_2 .$$

• Le calcul numérique montre graphiquement une dépendance en $\frac{1}{r^5}$ à grande distance, mais une variation nettement plus rapide à plus courte distance : exposant entre 7 et 10 .

Toutefois, cette modélisation ne tient pas compte d'une diminution (probable à faible distance) de l'aimantation des barreaux magnétiques en interaction : au niveau microscopique, le changement de polarisation par influence fait que le champ $\vec{B}_1$ tend à diminuer le moment dipolaire $\overrightarrow{\mathcal{M}_2}$ en opposition (et réciproquement). Cela pourrait donc être compatible avec l'exposant expérimental ≈ 7 .



y = -9,5x + 48,9
y = -5,1x + 25,6
ln(E_p / E_{p0})
ln({ r })
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-14
4,5
5,0
5,5
6,0
6,5
7,0
7,5