

Oscillations forcées avec frottement turbulent

Rélosution numérique et vérification du comportement

Dans cette approche, on teste graphiquement l'allure de la résolution numérique

restart

$$\begin{aligned} \text{equa} := & \frac{d^2}{dt^2} x(t) + 2 \alpha_2 \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) \left| \frac{d}{dt} x(t) \right| + \omega_0^2 x(t) = \omega_0^2 \cdot X_{am} \cdot \cos(\omega t) \\ & \frac{d^2}{dt^2} x(t) + 2 \alpha_2 \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) \left| \frac{d}{dt} x(t) \right| + \omega_0^2 x(t) = \omega_0^2 X_{am} \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

ic1 := $x(0) = 1$; *ic2* := $D(x)(0) = 0$;

$$x(0) = 1$$

$$D(x)(0) = 0 \quad (2)$$

Les valeurs utilisées pour les trois simulations sont : $\alpha_2 = 0,35$; $\alpha = 0,05$; $\alpha = 0,0035$.

$\alpha_2 := 0.0035$;

$$0.0035 \quad (3)$$

$\omega_0 := 1$;

$$1$$

$$(4)$$

$\omega := 1.05$;

$$1.05$$

$$(5)$$

$X_{am} := 1$

$$1$$

$$(6)$$

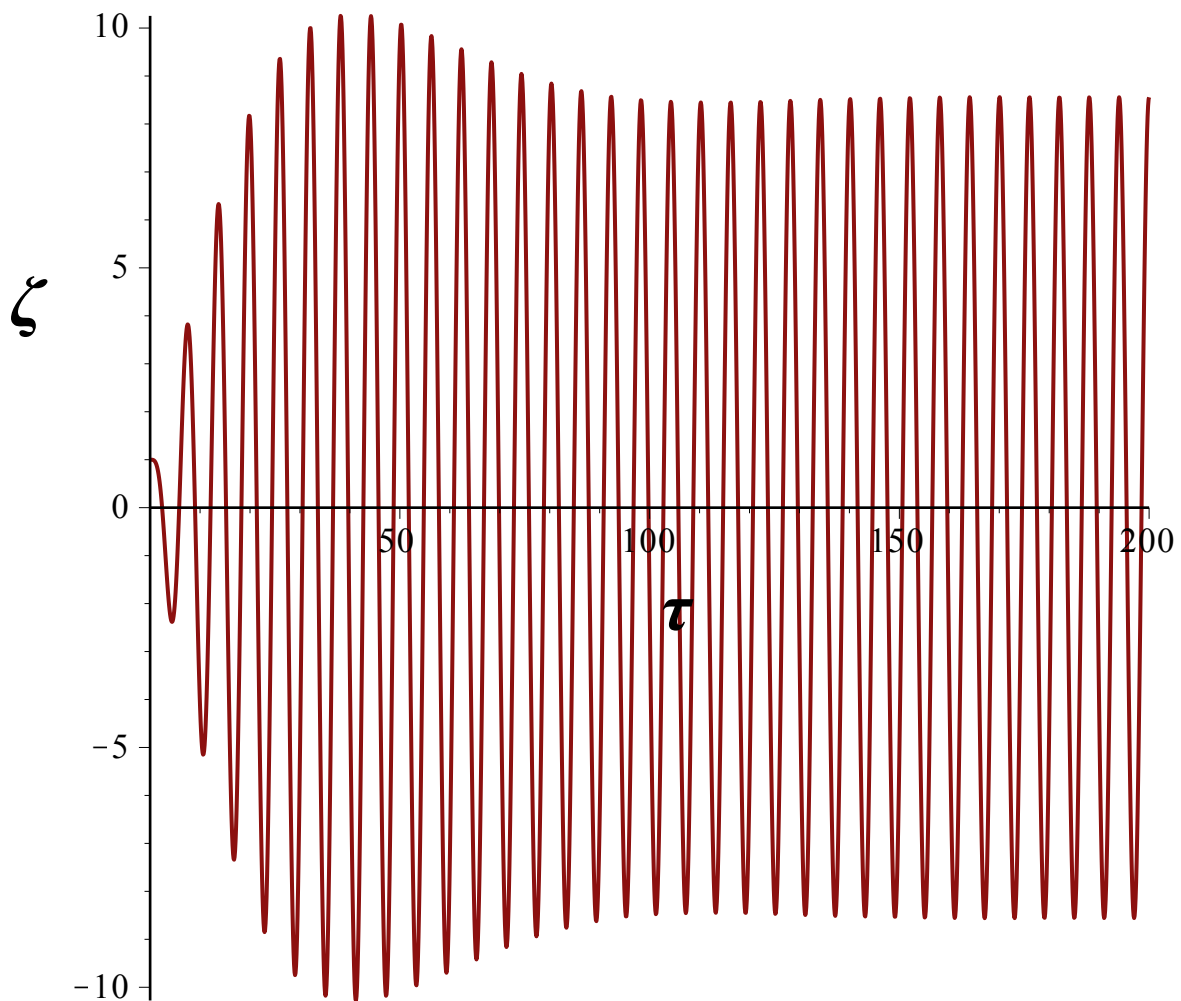
equa

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t) + 0.0070 \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) \left| \frac{d}{dt} x(t) \right| + x(t) = \cos(1.05 t) \quad (7)$$

sol := *dsolve*({*equa*, *ic1*, *ic2*}, { $x(t)$ }, *type* = *numeric*)

$$\text{proc}(x_rkf45) \dots \text{end proc} \quad (8)$$

plots[*odeplot*](*sol*, [$t, x(t)$], 0..200, *numpoints* = 2000, *labels* = [" τ ", " ζ "], *labelfont* = [*TIMES*, *BOLDITALIC*, 20])



Établissement de la courbe de résonance

Évidemment, c'est long : pour chaque fréquence il faut tracer la courbe et repérer l'amplitude (avec ce type de frottement, rien ne vaut un contrôle visuel : on ne sait pas au bout de combien de périodes le régime transitoire s'amortit).

Bien entendu, on peut automatiser le processus en le programmant, mais en termes de durée de travail cela n'est rentable que si on doit tester un grand nombre de courbes.

Il est par contre prudent de tester la précision de cette méthode numérique en effectuant une simulation analogue pour le frottement laminaire, dont le calcul théorique littéral est connu.

$$equa := \frac{d^2}{dt^2} x(t) + 2 \alpha \frac{d}{dt} x(t) + \omega^2 x(t) = \omega^2 \cdot X_{am} \cdot \cos(\omega t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t) + 2 \alpha \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) + \omega^2 x(t) = \omega^2 X_{am} \cos(\omega t) \quad (9)$$

Les valeurs utilisées pour les trois simulations sont : $\alpha = 0,352$; $\alpha = 0,141$; $\alpha = 0,038$.

$\alpha := 0.038$;

$$0.038 \quad (10)$$