

DYNAMIQUE - OSCILLATIONS FORCÉES - exercices

A. EXERCICES DE BASE

I. Amortissement et puissance dissipée

• Un oscillateur harmonique amorti, repéré par une position x , est soumis à des oscillations entretenues par une force selon l'axe Ox : $F = F_0 \cos(\omega t)$ où F_0 est une constante indépendante de ω .

1. • L'amortissement étant supposé faible, déterminer la puissance moyenne $P(\omega) = \langle p(\omega, t) \rangle$ fournie à l'oscillateur par la force F (et dissipée par les forces causes de l'amortissement).
2. • Représenter graphiquement la courbe de résonance en puissance $P(\omega)$.

II. Diagramme de phase

• Tracer le diagramme de phase (représentant $\frac{v}{\omega_0}$ en fonction de x) pour un oscillateur harmonique amorti par frottement fluide laminaire, en régime d'oscillations forcées.

B. EXERCICE D'APPROFONDISSEMENT

III. Oscillations d'un pont suspendu

• Pour décrire les oscillations des ponts suspendus sous l'effet du vent, plusieurs modélisations ont été proposées ; une version parmi les plus simples correspond à l'équation de Van der Pol, qu'on peut écrire sous la forme : $\ddot{x} + \alpha \dot{x} \cdot \left(\frac{x^2}{L^2} - 1 \right) + \omega_0^2 x = 0$ où α et L sont des constantes positives. En pratique, l'intégration ne peut se faire que par des méthodes numériques.

1. • Tracer un diagramme de phase (représentant $\frac{v}{\omega_0}$ en fonction de x) pour un mouvement partant de $\frac{x_0}{L} = 4$ avec une vitesse initiale nulle. Commenter.
2. • Tracer un diagramme de phase pour un mouvement partant de $\frac{x_0}{L} = 0,02$ avec une vitesse initiale nulle. Commenter.