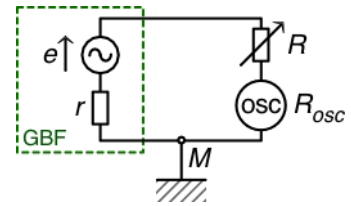


# IMPÉDANCE D'ENTRÉE ; BANDE PASSANTE ; FILTRAGE - corrigé du TP

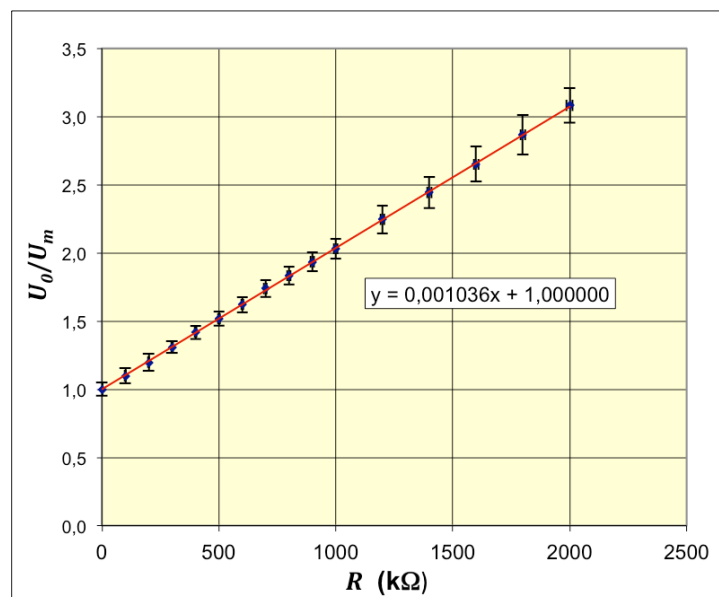
## 1. Résistance d'entrée d'un oscilloscope

• La résistance du générateur est négligeable en comparaison de celle de l'oscilloscope (inférieure aux incertitudes de mesure). Avec une résistance  $R$ , le principe du pont diviseur de tension permet de calculer :  $U_m(R) = E_m \frac{R_{osc}}{R_{osc}+R+r} \approx E_m \frac{R_{osc}}{R_{osc}+R}$ .



• Initialement, avec  $R = 0$ , on obtient :  $U_{m0} = E_m \frac{R_{osc}}{R_{osc}+r} \approx E_m$ .

• Par comparaison :  $\frac{U_{m0}}{U_m(R)} \approx 1 + \frac{R}{R_{osc}}$  ; représentée en fonction de  $R$ , cette expression correspond à l'équation d'une droite dont l'ordonnée à l'origine est 1 et dont la pente est  $\frac{1}{R_{osc}}$ .



• La modélisation proposée est tout à fait compatible avec les mesures réalisées ; cela correspond à une résistance  $R_{osc} = 965 \pm 25 \text{ k}\Omega$  raisonnablement en accord avec l'indication du fabricant ( $1000 \pm 50 \text{ k}\Omega$ ).

♦ remarque : selon la modélisation, la pente sur le graphique doit être ajustée en imposant une ordonnée à l'origine égale à 1 (par sa définition théorique, ce point particulier est plus précis que sa détermination expérimentale car les incertitudes du numérateur et du dénominateur identiques sont 100 % corrélées).

♦ remarque : la droite est ajustée dans un tableur par la méthode des moindres carrés ; l'incertitude est estimée en considérant l'intervalle de pente restant dans les incertitudes des points, puis en divisant par la racine carrée du nombre de points contraignants (environ la moitié, ceux aux plus grandes résistances).

## 2. Impédance d'entrée du mode AC d'un oscilloscope

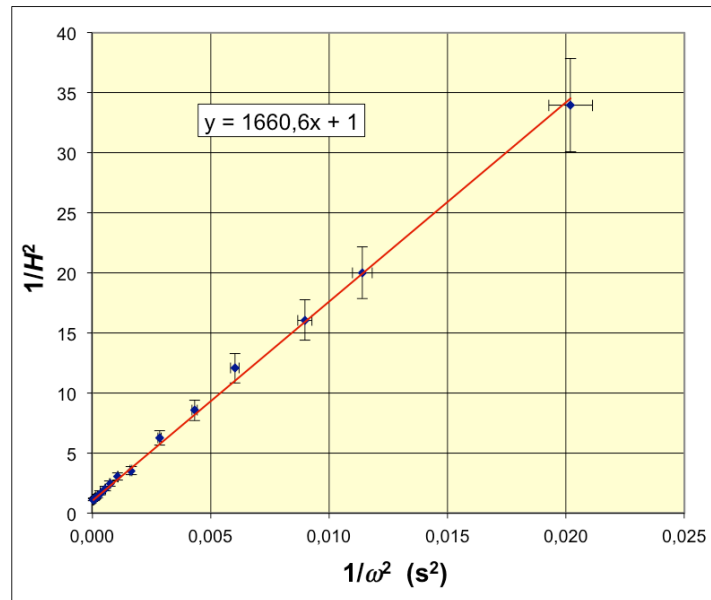
• La capacité d'entrée  $C_e$  du mode AC étudiée ici est celle (en série) qui limite les basses fréquences : l'association de la capacité  $C_e$  en série avec la résistance  $R_e$  constitue un filtre passe haut.

La fonction de transfert correspondante se déduit du principe du pont diviseur de tension :

$$\underline{H} = \frac{U_{gén}}{U_{osc}} = \frac{R_e}{R_e + \frac{1}{jC_e\omega}} ; \quad H = \frac{R_e}{\sqrt{R_e^2 + \frac{1}{C_e^2\omega^2}}}$$

En contrôlant  $U_{gén}$  avec le mode DC (pour ne pas filtrer les mesures) et en mesurant  $U_{osc}$  avec le mode AC (pour étudier l'effet du filtrage), on en déduit  $H$ , puis :  $\frac{1}{H^2} = 1 + \frac{1}{R_e^2 C_e^2 \omega^2}$ .

En représentant  $\frac{1}{H^2}$  en fonction de  $\frac{1}{\omega^2}$  on obtient une droite dont l'ordonnée à l'origine est 1 et dont la pente est  $\frac{1}{R_e^2 C_e^2}$ ; connaissant  $R_e = R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$  on en déduit  $C_e$ .



• La modélisation proposée est tout à fait compatible avec les mesures réalisées ; cela correspond à une capacité  $C_e = 24,5 \pm 1,5 \text{ nF}$  raisonnablement en accord avec l'indication du fabricant ( $25 \pm 1 \text{ nF}$ ).

◊ remarque : ici encore, la pente doit être ajustée en imposant une ordonnée à l'origine égale à 1.

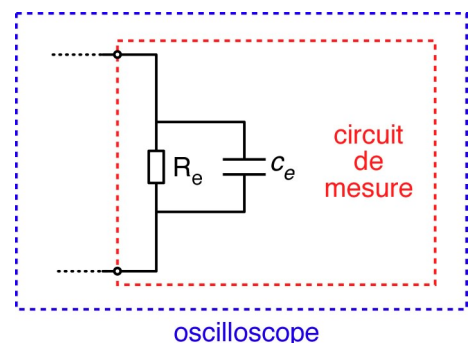
◊ remarque : la droite est ajustée dans un tableur par la méthode des moindres carrés ; l'incertitude est estimée en considérant l'intervalle de pente restant dans les incertitudes des points, puis en divisant par la racine carrée du nombre de points contraignants (environ le tiers, ceux aux plus grandes abscisses).

### 3. Capacité parasite d'entrée d'un oscilloscope

• Cette capacité ( $c_e \approx 15$  à  $25 \text{ pF}$  en parallèle, indiquée sur les caractéristiques de l'appareil) est différente de la précédente ; elle affecte autant les modes DC et AC en limitant les hautes fréquences.

En fait, la proximité des fils dans les circuits électroniques de mesure provoque des interactions équivalentes à une capacité  $c_e$  (en parallèle avec  $R_e$ ).

Il faut d'ailleurs aussi prendre en compte la capacité des câbles coaxiaux ( $\approx 100 \text{ pF}$  par mètre), également en parallèle. On peut raisonner en notant  $c_e$  la somme des capacités parasites du câble et de l'entrée.



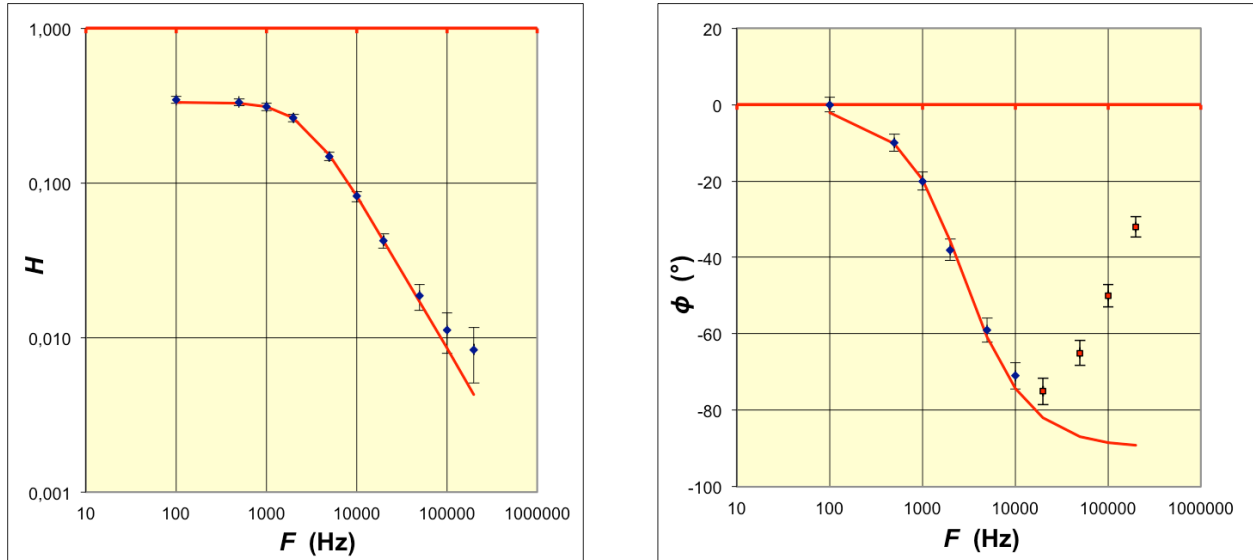
• L'impédance en parallèle avec les deux bornes de sortie du montage peut s'écrire :  $\underline{Z} = \frac{R R_e}{R + R_e + j R R_e c_e \omega}$ .

La fonction de transfert du montage est donc :  $\underline{H} = \frac{R_e}{R + 2 R_e + j R R_e c_e \omega}$ .

Les diagrammes de Bode expérimentaux peuvent être comparés aux modèles correspondants :

$$H(\omega) = \frac{R_e}{\sqrt{(R+2R_e)^2 + (RR_e c_e \omega)^2}} ; \quad \phi(\omega) = \arctan\left(\frac{RR_e c_e \omega}{R+2R_e}\right).$$

Ceci pourrait se faire de façon analogue à ce qui a été fait précédemment ; on choisit plutôt ici d'ajuster directement les courbes théoriques sur les mesures (avec en abscisse la fréquence  $F$ ).



• La fréquence de coupure peut être repérée pour le passage par  $\frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$ , mais aussi plus simplement par l'intersection des asymptotes en échelles logarithmiques. Pour le déphasage, elle peut être repérée par le passage par  $-45^\circ$  (intermédiaire entre résistif et capacitif ; à noter que le modèle est insuffisant à très haute fréquence). Avec la méthode choisie ici, elle est toutefois déduite de la capacité ajustée.

Ces diagrammes de Bode montrent ainsi une fréquence de coupure  $\approx 2650$  Hz correspondant à une capacité parasite  $c_e \approx 180$  pF (un peu supérieure à la valeur  $\approx 115$  pF déduite des indications des constructeurs).

Cette fréquence de coupure peu élevée vient du fait que, pour mieux mettre en évidence la limitation, on a volontairement utilisé un pont "exagéré" avec deux très grandes résistances (1 M $\Omega$ ).

♦ remarque : pour limiter ce défaut, il faut éviter d'utiliser des impédances non négligeables par rapport à  $R_e$  (pour que le courant passe dans  $R$  plutôt que  $R_e$ ) et utiliser des câbles coaxiaux plutôt courts (la contribution principale à  $c_e$  vient ici du câble).

♦ remarque : puisque la capacité parasite vient surtout du câble, dont les deux conducteurs sont très proches, on pourrait se demander s'il ne serait pas mieux d'utiliser des fils simples ; ce serait au contraire généralement pire car le "blindage" contre les parasites radio améliore les mesures.

♦ remarque : des essais ont été faits par l'intermédiaire de sondes électroniques de mesure ; les résultats sont tout juste comparables (signaux affaiblis, aucune amélioration).

♦ remarque : les courbes sont ajustées dans un tableur par la méthode du chi2 ; les incertitudes sont estimées en testant les variations du chi2 selon la valeur du paramètre ; pour le déphasage, les points visiblement mal décrits par le modèle (aux très hautes fréquences) sont exclus de l'ajustement.

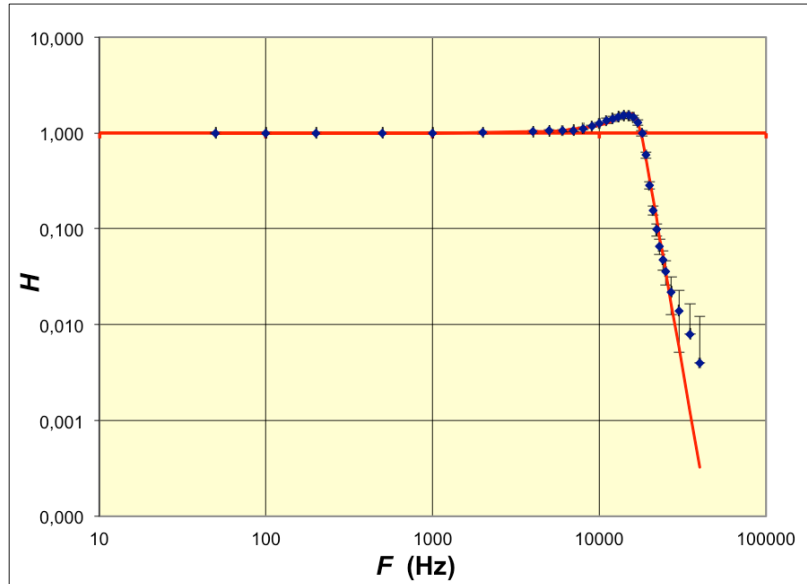
♦ remarque : les deux courbes sont ajustées séparément ; le gain  $H$  donne  $c_e = 187 \pm 37$  pF et le déphasage  $\phi$  donne  $c_e = 171 \pm 34$  pF.

#### 4. Bande passante d'un voltmètre

• On vérifie que la mesure par l'oscilloscope aux hautes fréquences reste compatible avec la valeur efficace réglée sur le générateur pour les basses fréquences (pour un tel montage, la bande passante de l'entrée de l'oscilloscope va jusqu'à 20 MHz).

• L'amplitude du signal du générateur ne dépendant (normalement) pas de la fréquence  $F$ , on utilise comme référence la mesure pour  $F_0 = 50$  Hz pour traiter la réponse du voltmètre comme une fonction de transfert :

$$H = \frac{U_V(F)}{U_V(F_0)}.$$



• La modélisation n'est pas simple, car on ne connaît pas exactement les circuits de mesure du voltmètre utilisé, mais la forme de la courbe semble comparable à celle pour un circuit RLC-série avec sortie aux bornes du condensateur :  $H = \frac{1}{\sqrt{(1-f^2)^2 + \left(\frac{f}{Q}\right)^2}}$  où  $f = \frac{F}{F_c}$  est la fréquence relative (par rapport à la coupure).

La décroissance est par contre nettement plus rapide au delà de la fréquence de coupure. Après quelques essais, on constate que les mesures sont bien représentées par une expression théorique avec coupure très brutale, de la forme :

$$H = \frac{1}{\sqrt{(1-f^2)^2 + \left(\frac{f}{Q}\right)^{20}}}.$$

• Pour un "assez bon" voltmètre, on constate une fréquence de coupure  $F_c \approx 20$  à  $25$  kHz (avec un facteur de qualité  $Q \approx 0,70$  à  $0,75$  (résonance peu marquée)).

♦ remarque : les courbes sont ajustées dans un tableur par la méthode du chi2, à l'aide du minimiseur simple du tableur ; les incertitudes peuvent être estimées en testant les variations du chi2 selon la valeur du paramètre.

#### 5. Filtrage de fréquences

• En attente de données fournies par les étudiants...