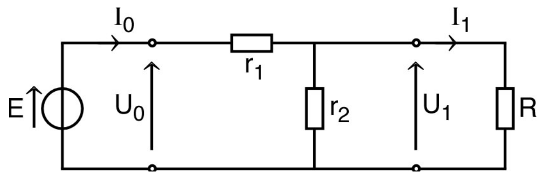
RÉGIME SINUSOÏDAL - QUADRIPÔLES - exercices

A. EXERCICES DE BASE

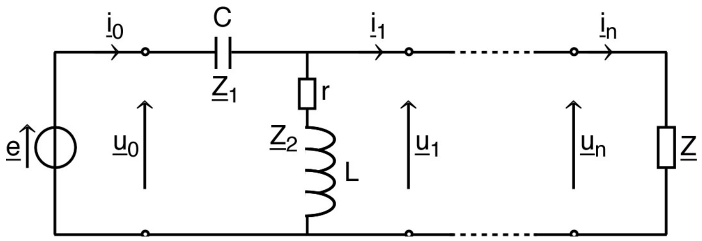
I. Impédance itérative

1. a) Dans le montage ci-dessous, calculer R en fonction de r_1 et r_2 pour que le courant débité par le générateur soit le même que s'il était branché uniquement sur la résistance R (résistance itérative).



b) La résistance R étant supposée choisie comme indiqué dans la question précédente, quel est le rapport d'affaiblissement en puissance, c'est-à-dire le rapport entre $P_1 = U_1\, I_1$ et $P_0 = U_0\, I_0$?

2. • On considère une ligne constituée de l'assemblage d'un nombre indéterminé d'éléments analogues à celui de la question précédente, mais alimentée en tension sinusoïdale : $u_0(t) = U_0\,\sqrt{2}\,\cos(\omega\, t)$ avec la pulsation $\omega = 1000\ \mathrm{rad.s^{-1}}$ et la valeur efficace $U_0 = 100\ \mathrm{V}$.



• L'impédance $\underline{Z}_1$ correspond ici à un condensateur de capacité $C = 10\ \mu\mathrm{F}$ et l'impédance $\underline{Z}_2$ correspond à une bobine d'inductance $L = 25\ \mathrm{mH}$ et de résistance $r = 25\ \Omega$.

a) Quelle impédance de charge $\underline{Z}$ faut-il brancher à l'extrémité de la ligne pour que l'impédance d'entrée soit indépendante de la longueur de la ligne (impédance itérative) ?

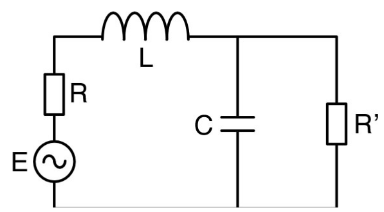
◊ remarque : compte tenu des données, il existe une relation entre L , C et ω qui permet de simplifier ; on trouve alors deux valeurs dont une seule est acceptable.

b) Si on veut réaliser cette impédance à l'aide d'une capacité C_0 et d'une résistance r_0 en série, quelles valeurs de C_0 et r_0 faut-il choisir ?

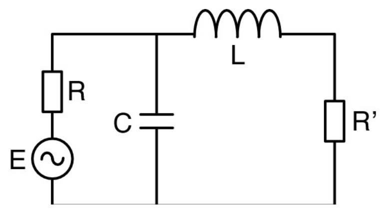
II. Adaptation d'impédances

• On dispose d'une source de tension sinusoïdale, de pulsation ω , de f.e.m. efficace E et de résistance R ; on désire transférer le maximum de puissance dans une “charge” de résistance R'.

1. • Dans les cas où $R' > R$, on réalise le montage ci-après ; déterminer les valeurs de L et C qui rendent maximum la puissance transférée.



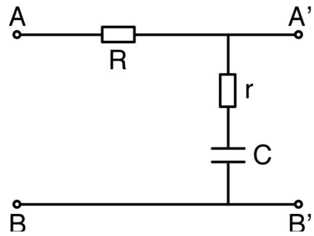
2. a) Dans les cas où $R' < R$, on réalise le montage ci-après ; déterminer les valeurs de L et C qui rendent maximum la puissance transférée.



b) Quel est l'intérêt de n'utiliser que des éléments “réactifs” pour cette adaptation d'impédances ?

III. Fonction de transfert

1. • Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$ pour le circuit suivant (avec la sortie “à vide”, c'est-à-dire $i_s = 0$).

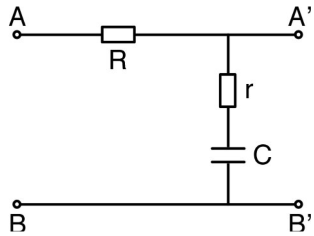


2. • Exprimer $\underline{H}$ en fonction de ω , $\omega_0 = \frac{1}{r\,C}$ et $\alpha = \frac{r}{r+R}$.

3. • Tracer les diagrammes de Bode de $H(\omega) = |\underline{H}(\omega)|$ et $\phi(\omega) = \arg(\underline{H}(\omega))$ en fonction de $x = \frac{\omega}{\omega_0}$; déterminer l'extremum ϕ_m de $\phi(\omega)$, ainsi que la valeur ω_m correspondante.

IV. Combinaison de fonctions de transfert

1. • Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$ pour le circuit suivant (avec la sortie “à vide”, c'est-à-dire $i_s = 0$).



2. • Montrer que $\underline{H}$ peut s'exprimer comme le quotient $\underline{H} = \frac{\underline{H_1}}{\underline{H_2}}$ de deux expressions simples, en fonction de ω , $\omega_1 = \frac{1}{r\,C}$ et $\omega_2 = \frac{1}{(r+R)\,C}$.

3. a) Tracer les diagrammes de Bode simplifiés de $H_k(\omega) = |\underline{H_k}(\omega)|$ représentant uniquement les comportements asymptotiques en fonction de $x_k = \frac{\omega}{\omega_k}$ (avec H_k et x_k en échelles logarithmiques).

b) Tracer les diagrammes de Bode simplifiés de $\phi_k(\omega) = \arg(\underline{H_k}(\omega))$ représentant uniquement les comportements asymptotiques en fonction de $x_k = \frac{\omega}{\omega_k}$ (avec x_k en échelle logarithmique), ainsi que le comportement pour $\omega \approx \omega_k$.

4. • On considère le cas où $\alpha = \frac{r}{r+R} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 0{,}3$.

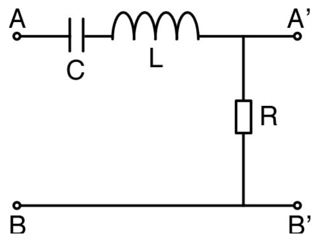
a) Montrer que le diagramme de Bode de $H(\omega) = \left|\underline{H}(\omega)\right|$ se déduit simplement des diagrammes correspondants pour H_k . Tracer ce diagramme de Bode simplifié, par exemple en fonction de $x = x_1$.

b) Montrer que le diagramme de Bode de $\phi(\omega) = \arg(\underline{H}(\omega))$ se déduit simplement des diagrammes correspondants pour ϕ_k . Tracer ce diagramme de Bode simplifié, par exemple en fonction de $x = x_1$.

c) Déterminer l'extremum ϕ_m de $\phi(\omega)$, ainsi que la valeur ω_m correspondante.

V. Circuit “RLC” et fonction de transfert

1. • Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$ pour un circuit “RLC”, avec sortie aux bornes de la résistance (sortie “à vide”, c'est-à-dire $i_s = 0$).

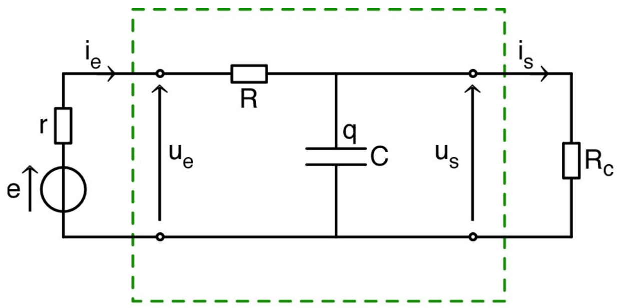


2. • Exprimer $\underline{H}$ en fonction de $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ (avec ω_0 pulsation à la résonance) et du facteur de qualité Q . Tracer les diagrammes de Bode de $H(\omega) = \left|\underline{H}(\omega)\right|$ et $\phi(\omega) = \arg(\underline{H}(\omega))$.

3. • Exprimer le gain G_{dB} pour $x \ll 1$ et $x \gg 1$. Déterminer, en fonction de Q et ω_0 , la bande passante à $-3\ \mathrm{dB}$ en puissance.

VI. Fonctions de transfert

• On considère un quadripôle branché en entrée sur un générateur (GBF) et en sortie sur une “charge” d'impédance (résistance) R_c .



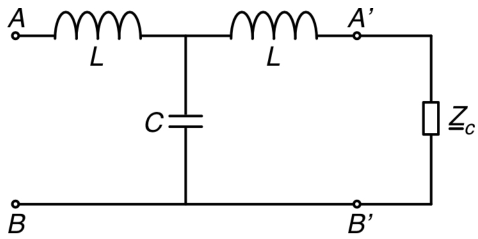
1. • Déterminer le gain (complexe) en tension $\underline{H_u} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$.

2. • Déterminer le gain (complexe) en courant $\underline{H_i} = \frac{\underline{i_s}}{\underline{i_e}}$.

3. • Déterminer le gain (réel) en puissance moyenne $H_P = \frac{P_s}{P_e}$.

VII. Filtre et fonction de transfert

• On considère un quadripôle "en T" branché en sortie sur une "charge" d'impédance $\underline{Z}_c$.



1. • Exprimer l'impédance d'entrée $\underline{Z}_e$ du quadripôle en fonction de $\underline{Z}_c$, L , C et ω .

2. a) Déterminer la valeur particulière $\underline{Z}_{it}$ ("itérative") de l'impédance $\underline{Z}_c$ telle que : $\underline{Z}_e(\underline{Z}_c\,, \omega) = \underline{Z}_c$.
b) Montrer qu'il existe une pulsation ω_1 telle que, pour $\omega < \omega_1$, $\underline{Z}_{it}$ soit purement résistive et telle que, pour $\omega > \omega_1$, $\underline{Z}_{it}$ soit purement réactive.

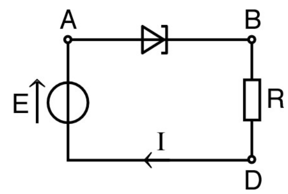
3. • Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ pour $\underline{Z}_c$ fixée.

4. • Pour chaque pulsation ω , on ajuste $\underline{Z}_c = \underline{Z}_{it}(\omega)$. Déterminer la fonction de transfert dans ces conditions ; expliciter le facteur d'amplification $H(\omega) = |\underline{H}(\omega)|$ et le déphasage $\phi(\omega) = \arg(\underline{H}(\omega))$ dans les cas $\omega < \omega_1$ et $\omega > \omega_1$.

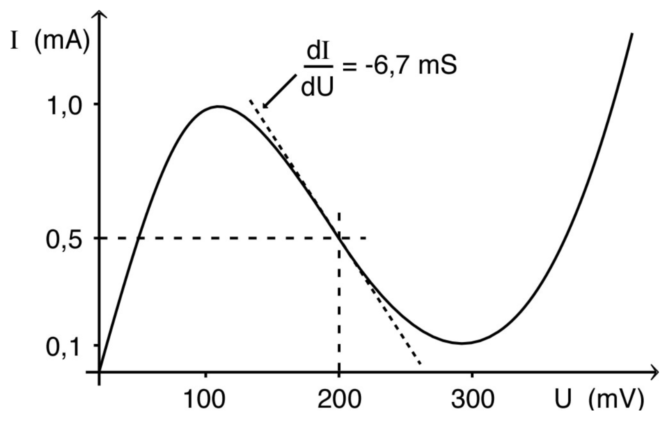
B. EXERCICE D'APPROFONDISSEMENT

VIII. Diode tunnel ; auto-oscillation et amplification

1. • On place une "diode tunnel" dans le circuit ci-contre.



• La caractéristique de la "diode tunnel", dans le sens "passant", a l'allure suivante.



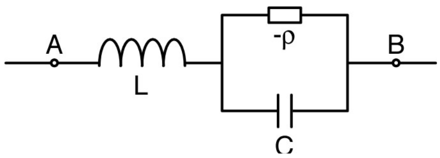
• Comment trouver graphiquement les conditions de fonctionnement $(U_0\,, I_0)$ du montage ? Déterminer numériquement ces conditions pour $R = 145\ \Omega$ et $E = E_0 = 272{,}5\ \text{mV}$.

2. • En fait, E ne reste pas rigoureusement égale à E_0 mais subit des petites variations autour d'une valeur moyenne E_0 : $E(t) = E_0 + e(t)$ avec $|e| \ll E_0$. Dans ces conditions, le courant dans le circuit subit des petites variations : $I(t) = I_0 + i(t)$ avec $|i| \ll I_0$.

• L'état électrocinétique du circuit peut alors être décrit comme la superposition d'un régime continu correspondant à E_0 (régime de “polarisation”) et d'un régime variable correspondant à $e(t)$. Montrer, d'après la caractéristique, que pour le régime variable la diode tunnel est équivalente à une résistance négative $-\rho$. Quelle est la valeur numérique de ρ (on supposera dans toute la suite que $\rho > 0$) ?

3. • Représenter un schéma équivalent au circuit pour le régime variable. On note u la tension u_{BD} aux bornes de la résistance R ; calculer le rapport $\mathcal{A} = \frac{u}{e}$ en fonction de R et ρ . La diode tunnel et la résistance R étant données, de quelle manière peut-on modifier $\mathcal{A}$?

4. • En réalité, la diode tunnel en régime variable n'est pas simplement équivalente à une résistance négative : il faut en plus tenir compte d'une inductance et d'une capacité, selon un schéma équivalent plus correct suivant.



• En supposant que les variations décrites par $e(t)$ sont sinusoïdales, de pulsation ω , calculer le rapport $\underline{\mathcal{A}} = \frac{\underline{u}}{\underline{e}}$. Que représente l'argument de $\underline{\mathcal{A}}$?

5. • Quelles sont, en fonction de ρ , L et C , les valeurs R_c et ω_c qui rendent $\mathcal{A}(\omega) = |\underline{\mathcal{A}}(\omega)|$ infini ? À quoi correspond physiquement ce cas ?

6. a) Calculer $\mathcal{A}^2$ et en donner une expression simplifiée dans le cas où $\rho C\omega < 0{,}1$. Vérifier qu'il y a dans ce cas amplification. Calculer numériquement la valeur maximale du coefficient d'amplification $\mathcal{A}_{max}$.

b) On définit la bande passante comme l'intervalle de fréquence tel que $\mathcal{A} \geq \frac{\mathcal{A}_{max}}{\sqrt{2}}$; calculer la largeur de la bande passante. Peut-on utiliser l'expression approchée de $\mathcal{A}^2$ dans cette bande de fréquence ? Tracer la courbe de variation de $\mathcal{A}(\omega) = |\underline{\mathcal{A}}(\omega)|$.

Données : $L = 6{,}0.10^{-10}$ H ; $C = 5{,}0$ pF .