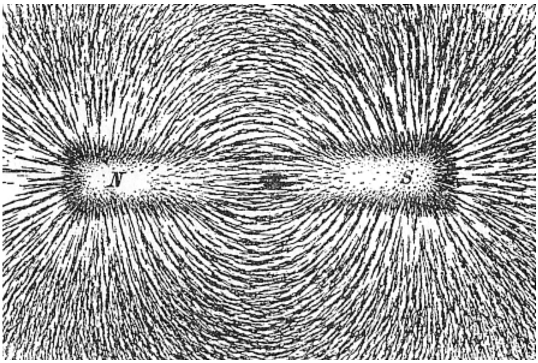
ÉM. IV - FORCES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

1. Notion de champ magnétique

• On constate à l'état naturel l'existence de matériaux pourvus d'une “aimantation” dite “magnétique” ; cela peut être reproduit expérimentalement (et utilisé par exemple pour l'orientation d'une aiguille de boussole).



Ces phénomènes ne sont pas indépendants des effets électriques (décrits à l'aide d'un vecteur champ électrique $\vec{E}$) : des circuits parcourus par un courant peuvent présenter des propriétés magnétiques similaires (de façon générale, l'ensemble de ces effets est nommé “électromagnétisme”).

Cela peut être décrit à l'aide d'un vecteur “champ magnétique” $\vec{B}$; l'étude en sera précisée dans les chapitres suivants.

◊ remarque : l'unité de base du champ magnétique est le tesla (symbole T), mais les champs usuels sont plutôt de l'ordre du $\mathrm{millitesla}$.

2. Force électromagnétique de Lorentz

• Placée dans un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$, une particule de charge électrique q et de vitesse $\vec{v}$ est soumise à une force électromagnétique (force de Lorentz) : $\vec{F} = q.\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$.

☞ remarque : d'une façon générale la force magnétique $\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ est perpendiculaire au déplacement, donc elle ne travaille pas.

◊ remarque : dans un conducteur (globalement neutre) parcouru par un courant, les forces électriques sur les charges des deux signes se compensent, mais les forces magnétiques ne se compensent généralement pas ; leur résultante correspond à une force macroscopique (force de Laplace), subie par le conducteur, qui est à la base du fonctionnement de nombreux dispositifs électromécaniques.

3. Particules chargées dans un champ électrostatique uniforme

• Une particule de charge q et de masse m (mais de poids comparativement négligeable), soumise à un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme, subit une force $\vec{F} = m\,\vec{a} = q\,\vec{E}$ constante : son mouvement est uniformément accéléré.

4. Particules chargées dans un champ magnétostatique uniforme

• Soit une particule de charge $q < 0$ et de masse m (mais de poids négligeable), soumise à un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et constant, selon l'axe Oz , avec initialement : $(x\,;y\,;z) = (x_0\,;0\,;0)$, $\dot{x} = 0$, $\dot{y} = v_{0y} > 0$ et $\dot{z} = v_{0z}$.

La force de Lorentz peut s'écrire : $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = q\,B.\left[\dot{y}\,\vec{u}_x - \dot{x}\,\vec{u}_y\right]$ ce qui donne : $m\,\ddot{x} = q\,B\,\dot{y}$; $m\,\ddot{y} = -q\,B\,\dot{x}$; $m\,\ddot{z} = 0$. On en déduit en particulier que v_z est constante, donc on n'a plus qu'à étudier la projection sur xOy .

• Le système d'équations différentielles combinées en v_x et v_y peut se résoudre en intégrant (ou en dérivant) l'une des équations et en reportant le résultat dans l'autre.

Ainsi, compte tenu des conditions initiales : $\dot{x} = \frac{q\,B}{m}\,y$; donc en reportant : $\ddot{y} + \omega^2\,y = 0$ avec $\omega = \frac{|q|\,B}{m}$.

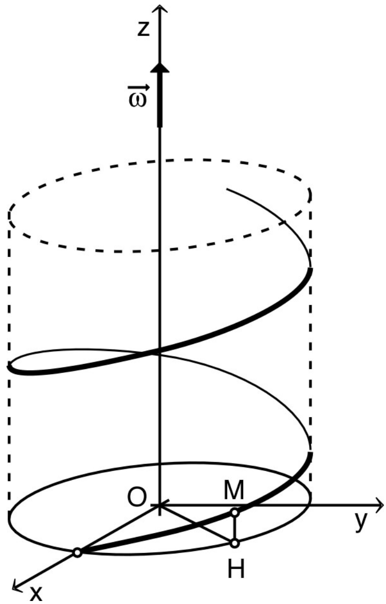
Compte tenu des conditions initiales, on en déduit : $y = Y_m\,\sin(\omega\,t)$. Ceci donne : $\dot{y} = \omega\,Y_m\,\cos(\omega\,t)$ et les conditions initiales imposent : $Y_m = \frac{v_{0y}}{\omega}$.

En reportant : $\dot{x} = -v_{0y}\,\sin(\omega\,t)$ puis, d'après les conditions initiales, on en déduit : $x - x_0 = \frac{v_{0y}}{\omega}\,[\cos(\omega\,t) - 1]$.

• Ces projections correspondent (selon xOy) à un mouvement circulaire de rayon $r = \frac{v_{0y}}{\omega}$ dont le centre a pour coordonnées : $x_1 = x_0 - r$ et $y_1 = 0$.

Ce mouvement projeté est circulaire uniforme ; le mouvement “total” est donc hélicoïdal uniforme, avec une vitesse de norme $\sqrt{v_{0y}^2 + v_z^2}$ constante.

◊ remarque : le schéma ci-contre correspond à $x_1 = 0$.



◊ remarque : on peut résoudre le système des deux premières équations avec la notation complexe $Z = x + \mathrm{i}\,y$; on obtient ainsi : $m\,\ddot{Z} + \mathrm{i}\,q\,B\,\dot{Z} = 0$ d'où on déduit $\dot{Z}$, puis Z .

◊ remarque : le système différentiel en v_x et v_y peut aussi se résoudre sous la forme matricielle : $\dot{\vec{v}} = [\mathbf{M}]\,\vec{v}$; en diagonalisant la matrice $[\mathbf{M}]$ on obtient les “vecteurs propres” (complexes) $\alpha = v_x + \mathrm{i}\,v_y$ et $\beta = v_x - \mathrm{i}\,v_y$ avec les valeurs propres respectives $-\mathrm{i}$ et $+\mathrm{i}$; on résout alors avec les variables α et β puis on en déduit v_x et v_y , puis x et y .

5. Champs électrique et magnétique uniformes

• Tous les cas avec à la fois un champ électrostatique et un champ magnétostatique uniformes conduisent à des systèmes d'équations dont la résolution découle des mêmes méthodes.

◊ remarque : l'étude des aurores boréales et australes correspond à une généralisation pour des champs non uniformes.

◊ remarque : on obtient des équations analogues pour un point matériel soumis à une force de pesanteur uniforme, dans un référentiel tournant autour d'un axe fixe avec une vitesse de rotation constante, où intervient une force d'inertie $\vec{f}_c = -2\, m\, \vec{\omega} \times \vec{v}'$; on obtient aussi des équations analogues pour les balles en rotation (lift, slice...) pour lesquelles il faut ajouter une force de Magnus $\vec{f}_M = \lambda\, \vec{\omega} \times \vec{v}$.

🕮 *exercices n° I, II et III.*