UTILISATIONS DES GAZ PARFAITS - exercices

A. EXERCICES DE BASE

I. Compression quasi-réversible isotherme

• Calculer la puissance d'une pompe servant à comprimer de l'air de 1 bar à 3,5 bar ; la compression est isotherme (à 20 °C) et quasi-réversible ; le débit de la pompe est 1 $m^3.min^{-1}$.

II. Compression quasi-réversible adiabatique

• On fait subir une compression quasi-réversible adiabatique à 1,0 L de diazote ($\gamma = 1,4$) initialement dans conditions normales de température et de pression.

• Calculer la température et la pression finales, ainsi que le travail reçu, si le volume final est 0,15 L.

• Calculer la température et la pression finales, ainsi que le travail reçu, si le volume final est 0,9996 L.

III. Compression adiabatique

• Un cylindre vertical, de hauteur initiale h_1 et de section S, à parois quasi-adiabatiques, contient un gaz parfait dont on suppose le rapport $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ indépendant de la température. Le cylindre est placé dans une enceinte dépressurisée, contenant de l'air à la pression p_0 ; la surpression du gaz intérieur au cylindre est équilibrée par un piston pesant, de masse m_0, dont le frottement sur les parois du cylindre est en première approximation négligeable. La température initiale du gaz est $T_1 = T_0$.

1. • On écarte légèrement le piston de sa position d'équilibre ; exprimer la période des petites oscillations autour de l'équilibre.

2. a) On pose (sans choc) sur le piston une masse m (on note m' la masse totale), puis on la lâche (avec une vitesse initiale nulle). Justifier que le frottement du piston n'est pas totalement négligeable dans l'approche de l'équilibre.

b) On suppose que les surfaces en contact du cylindre et du piston subissent une variation de température sous l'effet d'un léger frottement solide lors de l'approche de l'équilibre ; on note C la capacité thermique correspondante. La force de frottement est toutefois supposée assez faible pour ne pas modifier la position d'équilibre. Exprimer l'enfoncement du piston, sa température (celle de la partie échauffée) et celle du gaz, une fois l'équilibre mécanique réalisé.

c) Exprimer l'enfoncement du piston et la température de l'ensemble, une fois l'équilibre thermique réalisé entre le gaz et les surfaces solides en contact.

Données : $h_1 = 15$ cm ; $S = 60$ cm^2 ; $\gamma = 1,4$; $p_0 = 1000$ Pa ; $m_0 = 100$ g ; $T_0 = 293$ K ; $m = 1,00$ kg ; $C = 50$ J.K^{-1}.

IV. Équilibre de la pression

• Un cylindre fermé de section S, à parois calorifugées, est séparé en deux compartiments par un piston calorifugé, sans masse et sans frottement. L'un des compartiments, de longueur L, contient de l'argon à la pression p_1 et à la température T_1. L'autre compartiment, vide de tout gaz, contient un ressort de raideur k, dont l'une des extrémités est accrochée au piston, et dont l'autre est accrochée au fond du cylindre.

1. • Initialement, le piston est rendu solidaire du corps du cylindre par un dispositif de blocage pouvant être manœuvré de l'extérieur, et le ressort est au repos (ni comprimé, ni tendu). Calculer la masse d'argon contenue dans le cylindre.

2. • On débloque le piston ; le système se met alors rapidement en équilibre. En assimilant l'argon à un gaz parfait, calculer la distance x dont s'est déplacé le piston, ainsi que la pression p_2 et la température T_2 du gaz à l'équilibre.

Données : M(A) = 40 $g.mol^{-1}$; S = 0,01 m^2 ; p_1 = 1 bar ; T_1 = 273 K ; L = 0,2 m ; k = 1000 $N.m^{-1}$.

V. Variante de l'expérience de Clément-Desormes

• On fait le vide dans un ballon, à parois adiabatiques, pouvant communiquer avec extérieur (à la température T_0) par un robinet. On fait entrer très peu d'air dans le ballon en ouvrant très brièvement le robinet. Exprimer, en fonction de T_0 et du coefficient γ de l'air, la température de l'air entré dans le ballon.

VI. Transformation polytropique

• Les transformations réelles des gaz sont rarement rigoureusement adiabatiques et ne suivent pas exactement les lois de Laplace. On peut toutefois souvent considérer que le transfert thermique (faible) est proportionnel au travail reçu : $\delta Q = \lambda\, \delta W$.

• Dans ces conditions, exprimer les relations entre p, V et T.

VII. Transformation cyclique

• On fait subir à n = 1 mol d'atomes d'un gaz parfait monoatomique un cycle représenté en coordonnées de Clapeyron (p en fonction de V) par le rectangle ABCDA correspondant à : $p_A = p_D = p_0$ = 1 bar ; $p_B = p_C = 5\, p_0$; $V_A = V_B = V_0$ = 25 L ; $V_C = V_D = 2\, V_0$.

1. • Calculer les températures T_A, T_B, T_C et T_D.

2. • Calculer la quantité de chaleur reçue par le gaz au cours d'un cycle.

3. • Calculer la différence d'énergie interne $U_C - U_A$.

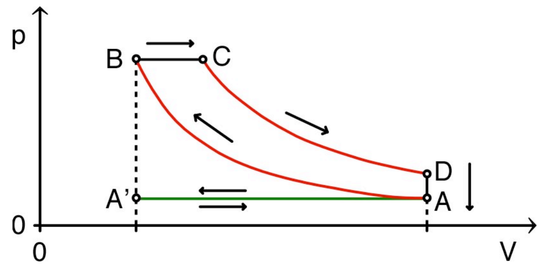
4. • Calculer la chaleur reçue par le gaz dans la transformation BC.

VIII. Cycle de Diesel

• Dans le cycle de Diesel, le premier temps (représenté par AB) est une compression adiabatique de l'air seul, avec un rapport volumétrique assez élevé. Le carburant n'est injecté dans le cylindre qu'à partir de B ; la température est alors suffisante pour que le mélange s'enflamme spontanément (sans l'aide de bougies). Le taux d'injection est réglé de telle façon que la pression reste constante pendant la détente BC ; on néglige alors la quantité de carburant injectée et on raisonne comme avec un gaz unique recevant de l'extérieur une quantité de chaleur égale à celle fournie par la combustion.

• On arrête alors l'injection et on laisse le mélange se détendre adiabatiquement selon CD. En D, le piston est alors au “point mort bas” ; l'échappement et le renouvellement de l'air peuvent être décrits de façon simplifiée en complétant le cycle par un refroidissement isochore DA (on ignore la portion AA’A et on raisonne comme avec un gaz unique cédant à l'extérieur une quantité de chaleur équivalente à celle perdue par l'échappement).

• En considérant les gaz comme parfaits, exprimer le rendement du cycle en fonction de $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ (supposé indépendant de la composition du mélange), du rapport volumétrique de la compression $(a = \frac{V_A}{V_B})$ et du rapport volumétrique de la détente $(b = \frac{V_D}{V_C})$.



IX. Cycle d'un turboréacteur

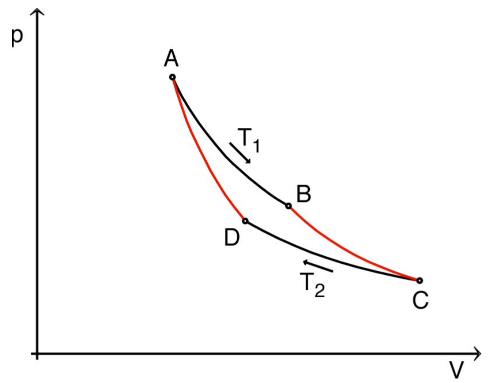
• Tracer en coordonnées de Clapeyron (p en fonction de V) le cycle équivalent au fonctionnement d'un turboréacteur, composé d'une compression adiabatique AB, d'un échauffement isobare BC, d'une détente adiabatique CD, et d'un refroidissement isobare DA.

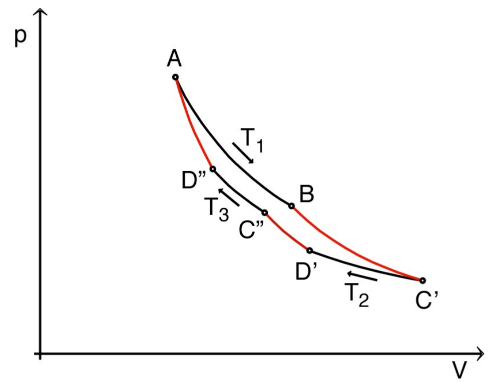
• Exprimer le rendement du cycle en fonction du rapport de compression $a = \frac{p_B}{p_A}$ et du coefficient γ du gaz (supposé parfait).

B. EXERCICES D'APPROFONDISSEMENT

X. Mise en évidence d'une intégrale première

1. • On considère un gaz parfait soumis à un cycle quasi-réversible de Carnot-Clausius (le premier ci-dessous). Rappeler la démonstration de la relation : $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$.





2. • On considère maintenant un cycle quasi-réversible analogue (le second ci-dessus), avec trois isothermes et trois adiabatiques. Montrer que la relation précédente se généralise sous la forme : $\sum_i \frac{Q_i}{T_i} = 0$.

3. a) On considère finalement le cycle quasi-réversible quelconque ci-contre. Montrer que la relation précédente peut se généraliser sous la forme : $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$.

b) En déduire l'existence d'une “intégrale première” : fonction S(p, V) telle que la différence $S_B - S_A$ soit indépendante du chemin choisi pour aller de A à B (pourvu qu'il soit quasi-réversible).