AM. 1 - NOTATIONS DES GRANDEURS PHYSIQUES

1. Notations mathématiques et physiques

1.1. Grandeurs physiques ; importance des unités

• Pour construire des modèles de la “réalité”, le physicien représente les grandeurs physiques par des grandeurs mathématiques.

Ainsi, l’intensité d’un courant électrique peut être représentée dans un calcul littéral par la lettre I, elle peut être représentée dans un calcul numérique par la valeur $1\ \mathrm{A}$ ou par la valeur $1000\ \mathrm{mA}$.

Pour le physicien, ces différentes notations ne sont que des représentations différentes d’une <u>même</u> grandeur physique : $I = 1\ \mathrm{A} = 1000\ \mathrm{mA}$.

Bien que $1 \neq 1000$, il est sûr que $1\ \mathrm{A}$ et $1000\ \mathrm{mA}$ sont deux représentations équivalentes d’une même grandeur physique.

• Ceci montre en particulier que l’UNITÉ <u>fait partie</u> de “l’expression numérique” d’une grandeur PHYSIQUE.

1.2. Notation par des “fonctions” ou des “expressions”

• Soit une grandeur y dépendant d’une autre grandeur x, on peut noter f la relation formelle (fonction) reliant x (variable) et l'expression de y en fonction de x : $x \xrightarrow{f} y = f(x)$.

Par exemple, pour un point M de coordonnées $[x,\, y]$ dans un plan, si M se déplace selon une trajectoire d’équation : $y = a\,x + b$, alors dans ce cas $f(x)$ représente symboliquement la formule (expression) $a\,x + b$.

Le physicien note souvent pour simplifier : $y = y(x)$, en utilisant la même lettre pour noter la grandeur physique y (mesurable directement) et la quantité $y(x)$ obtenue en mesurant x et en calculant l’expression $f(x)$.

◊ remarque : le physicien traite en fait les variables comme des paramètres.

• Ainsi apparaît un risque de confusion : les mêmes parenthèses notent soit la mise en facteur, soit la dépendance “fonctionnelle” des expressions.

Avec l’exemple précédent, la notation $y(x-x_0)$ représente le plus souvent le produit : $y\,.\,(x-x_0) = (a\,x+b)\,.\,(x-x_0)$ (où le “point” de multiplication lève l'ambiguïté) et non pas l'expression : $f(x-x_0) = a\,.\,(x-x_0)+b$.

• En outre apparaît un risque de confusion si x dépend d’une troisième grandeur physique t : $x = g(t)$.

Par exemple, on peut considérer que le point M précédent a une abscisse x variant en fonction du temps t.

Le physicien note alors généralement : $y = y(t) = y\big(x(t)\big)$ en donnant priorité à la grandeur physique : il utilise la même lettre y pour noter $y(x)$ et $y(t)$ car il représente ainsi une même grandeur physique (exprimée en fonction de x ou de t).

Le mathématicien par contre, qui donne priorité à la relation formelle, notera forcément de façon différente la fonction f (qui s’applique a priori à x) et la fonction composée $f{\circ}g$ qui s’applique à t.

Ainsi pour l’exemple précédent, là où un physicien noterait :

$y = y(x) = a\,x+b$ et $x = x(t) = \lambda\,t+\mu$

il notera en général :

$y = y(t) = y\big(x(t)\big) = a\,.\,(\lambda\,t+\mu)+b$.

Or cette notation n’est pas celle du mathématicien qui, s’il gardait la même notation, considérerait que :

pour $y(x) = a\,x+b$ alors $y(t) = a\,t+b$ (même fonction) ;

raison pour laquelle il note différemment :

$f(x) = a\,x+b$ et $[f{\circ}g](t) = a\,.\,(\lambda\,t+\mu)+b$ (loi de composition des fonctions).

◊ remarque : pour le physicien, ceci peut d'ailleurs causer une autre ambiguïté, car $y(x-x_0)$ pourrait représenter la grandeur y réexprimée en fonction de la quantité $x-x_0$, c'est à dire : $a\,.\,(x-x_0)+(b+a\,x_0)$, d'où l'importante nécessité des points de multiplication.

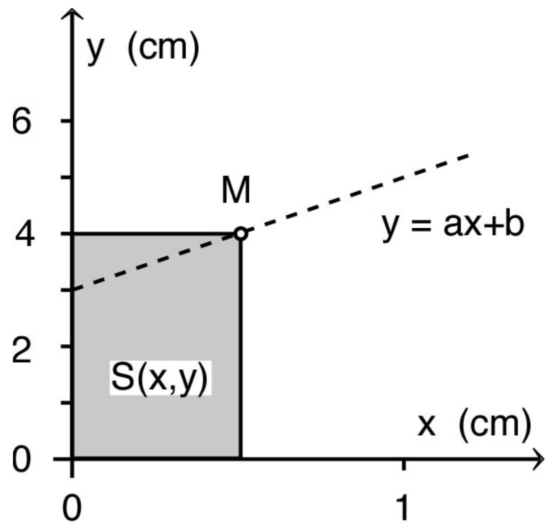
• Il faut donc être attentif aux “abus” de notation : les mathématiques utilisent des notations souvent plus compliquées, en ce sens qu'elles sont plus abstraites, mais cela est nécessaire pour étudier avec rigueur les notions qui nécessitent des raisonnements précis ; les démonstrations moins délicates sont souvent facilitées par des notations simplifiées… mais seulement si on en comprend en permanence le contexte.

📖 *exercice n° I.*

2. Fonctions de plusieurs variables

• Dans certains cas, on utilise des expression dans lesquelles interviennent plusieurs grandeurs.

Pour un point $M\ [x, y]$ dans un plan, on peut calculer la surface délimitée par les axes et le point M : $S = S(x,\ y) = x\ y$.



• Dans certains cas, on utilise des expression dans lesquelles interviennent plusieurs grandeurs non indépendantes.

Pour un point $M\ [x, y]$ dans un plan, on peut être amené à considérer le cas où M est contraint à se déplacer sur la droite d'équation $y = y(x) = a\ x + b$.

Il est évident que les deux “variables” ne sont pas indépendantes puisque si x est fixé alors y est imposé et ne peut pas “varier”.

Cela n'interdit pas d'utiliser l'expression $S(x,\ y) = x\ y$ dans les calculs, mais il faut alors savoir qu'il n'y a qu'une variable indépendante.

Ainsi, si on considère (arbitrairement) que x est la variable indépendante, on peut être amené à noter S comme : $S(x) = S\left(x,\ y(x)\right) = x\,.(a\ x + b)$ (sorte de fonction composée).