A.C. V - CINÉMATIQUE DES FLUIDES

1. Notations d'Euler

• La mécanique du point matériel peut être appliquée à l'étude des fluides dans le cas particulier où on connaît les lignes de courant : on peut suivre le mouvement d'une “particule” de fluide (par exemple en approximation dans un tube ou un jet de faible diamètre).

Un “particule” de fluide doit correspondre à un volume assez petit à l'échelle macroscopique (pour être descriptible par un point) tout en étant assez grand à l'échelle moléculaire. Les grandeurs physiques qui lui sont associées sont alors des moyennes de grandeurs microscopiques correspondantes (ce qui impose que de telles grandeurs aient une signification physique).

◊ remarque : cela correspond aux notations de Lagrange.

• Au contraire dans le cas général on ignore totalement les mouvements internes : le but de la mécanique des fluides est entre autres de les déterminer. Il est donc nécessaire de définir un système de notations adapté à cela.

◊ remarque : en particulier, le petit volume initialement associé à une “particule” de fluide peut très bien évoluer en s'étendant énormément en longueur ou en surface (la situation est nettement plus contrainte dans les solides déformables).

• Les notations d'Euler décrivent les grandeurs, sans préjuger d'une association à une “particule”, en chaque point fixe de l'espace.

Si X est une propriété associée à chaque particule M de fluide en mouvement, l'évolution des $X(M,t)$ doit être décrite par l'intermédiaire des $X\left(\underline{M},t\right)$ connues en chaque point fixe $\underline{M}$, en considérant le point $\underline{M}$ coïncidant avec M à l'instant considéré.

Ainsi pour la particule $\frac{dX}{dt} = \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial X}{\partial x}\,\frac{dx}{dt} + \frac{\partial X}{\partial y}\,\frac{dy}{dt} + \frac{\partial X}{\partial z}\,\frac{dz}{dt} = \frac{\partial X}{\partial t} + \left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right)X$ où $\vec{v}$ est la vitesse du fluide au point fixe $\underline{M}$ coïncidant.

◊ remarque : ici calculé en notations cartésiennes mais le résultat est général.

• En particulier la relation de la dynamique est amenée à utiliser l'accélération sous la forme : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{v}$.

◊ remarque : on peut en particulier vérifier la cohérence :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{\nabla}\, \overrightarrow{OM} = v_x\, \vec{u}_x + v_y\, \vec{u}_y + v_z\, \vec{u}_z \ .$$

2. ???

• ???