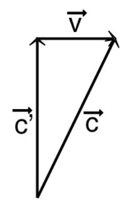
TRANSFORMATION DE LORENTZ - corrigé des exercices

I. Expérience de Michelson et Morley en mécanique newtonienne

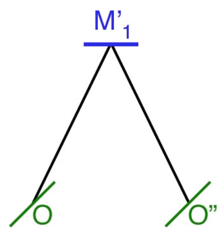
◊ remarque : il est dès le départ “évident” que la mécanique “classique” décrit mal la propagation de la lumière : la composition des vitesses ne change pas la direction de propagation SO, mais elle change la direction de propagation OM_1, or elle ne change pas l'orientation du miroir ; par suite, si les lois de la réflexion (découlant du raccordement des surfaces d'onde) sont vérifiées dans le référentiel “absolu”, elles ne le sont pas dans le référentiel du laboratoire (et inversement) ; dans ce qui suit, on ne tient pas compte de ce problème pour se concentrer sur la variation des distances parcourues et les déphasages correspondants.



1. • Pour le trajet OM_1 considéré dans le laboratoire, la célérité (relative) est $\vec{c'} = \vec{c} - \vec{v}$ avec $\vec{v} \perp \vec{c}$ donc : $c' = \sqrt{c^2 - v^2}$.

• Il en est de même par symétrie pour M_1O, donc $T_1 = \dfrac{2L}{c'} = \dfrac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \gamma\,\dfrac{2L}{c}$.

◊ remarque : ceci impose $v < c$ sinon une telle propagation serait impossible, indépendamment de toute raison relativiste, mais non sans relation avec la remarque précédente sur l'orientation du miroir.



• Si on considère ce trajet dans le référentiel “absolu”, la célérité est c mais M_1 et O se déplacent respectivement de M'_1 et O” pendant le trajet. De ce fait la distance parcourue est 2L’ avec : $L' = \dfrac{L \cdot \sqrt{c'^2 + v^2}}{c'} = L\,\dfrac{c}{c'}$; par suite la durée est la même : $T_1 = \dfrac{2L'}{c} = \dfrac{2L}{c'} = \gamma\,\dfrac{2L}{c}$.

• Pour le trajet OM_2 considéré dans le laboratoire, la célérité (relative) est $\vec{c'} = \vec{c} - \vec{v}$ avec $\vec{v} \parallel \vec{c}$ et de même sens, donc : $c'' = c - v$.

• De même pour M_2O on obtient : $c''' = c + v$; par suite : $T_2 = \dfrac{L}{c''} + \dfrac{L}{c'''} = \dfrac{2Lc}{c^2 - v^2} = \gamma^2\,\dfrac{2L}{c}$.

• Si on considère ce trajet dans le référentiel “absolu”, la célérité est c mais M_2 et O se déplacent en M'_2 et O” pendant le trajet, de ce fait la distance parcourue est $L'' + L'''$ avec : $L'' = L\,\dfrac{c'' + v}{c''} = L\,\dfrac{c}{c''}$ et $L''' = L\,\dfrac{c''' - v}{c'''} = L\,\dfrac{c}{c'''}$; par suite la durée est la même : $T_2 = \dfrac{L'' + L'''}{c} = \dfrac{L}{c''} + \dfrac{L}{c'''} = \gamma^2\,\dfrac{2L}{c}$.

2. • Qu'on choisisse un référentiel ou l'autre, on obtient un décalage : $\Delta T = T_2 - T_1 = \dfrac{2L}{c}\gamma.(\gamma - 1)$ dépendant de la vitesse d'entraînement $\vec{v}$. Les franges d'interférence doivent donc dépendre de cette vitesse ; elles doivent en particulier se modifier si on change l'orientation de l'interféromètre (par exemple, si on intervertit les rôles des deux trajets, ΔT change de signe).

3. • On peut conclure que la mécanique “classique” ne permet pas de décrire cette expérience.

II. Pseudo-norme et représentations des vecteurs

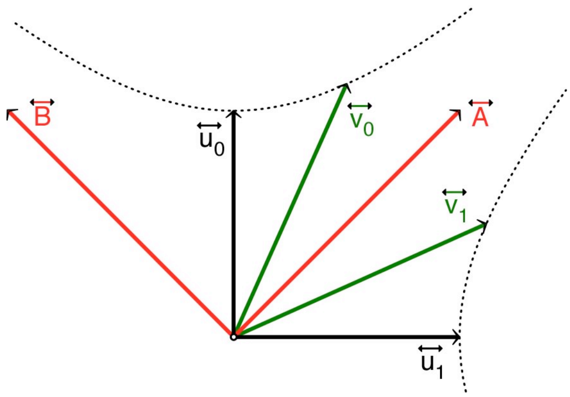
1.a. • La base $(\overrightarrow{u_0}, \overrightarrow{u_1})$ est pseudo-normée car $\overrightarrow{u_0}^{\,2} = \overrightarrow{u_0} \cdot \overrightarrow{u_0} = (u_0{}^0)^2 - (u_0{}^1)^2 = 1$ (quadrivecteur du genre “temps”) et $\overrightarrow{u_1}^{\,2} = -1$ (quadrivecteur du genre “espace”) ; elle est pseudo-orthogonale car $\overrightarrow{u_0} \cdot \overrightarrow{u_1} = 0$.

◊ remarque : on omet ici les coordonnées y et z.

1.b. • On obtient de même $\overrightarrow{v_0}^{\,2} = 1$; $\overrightarrow{v_1}^{\,2} = -1$; $\overrightarrow{v_0} \cdot \overrightarrow{v_1} = 0$.

1.c. • On obtient $\vec{A}^2 = 0$; $\vec{B}^2 = 0$; par contre $\vec{A} \cdot \vec{B} = -2 \neq 0$.

2.a. • On obtient la représentation suivante.



2.b. • Les 4-vecteurs $\overleftrightarrow{V_0}$ de pseudo-norme égale à 1 correspondent à $(V_0{}^0)^2 = 1 + (V_0{}^1)^2$; leur extrémité est sur une branche d'hyperbole de sommet $x = 1$ et d'asymptotes $ct = \pm x$.

• Les 4-vecteurs $\overleftrightarrow{V_1}$ de pseudo-norme égale à -1 correspondent à $(V_1{}^1)^2 = 1 + (V_1{}^0)^2$; leur extrémité est sur une branche d'hyperbole de sommet $ct = 1$ et d'asymptotes $ct = \pm x$.

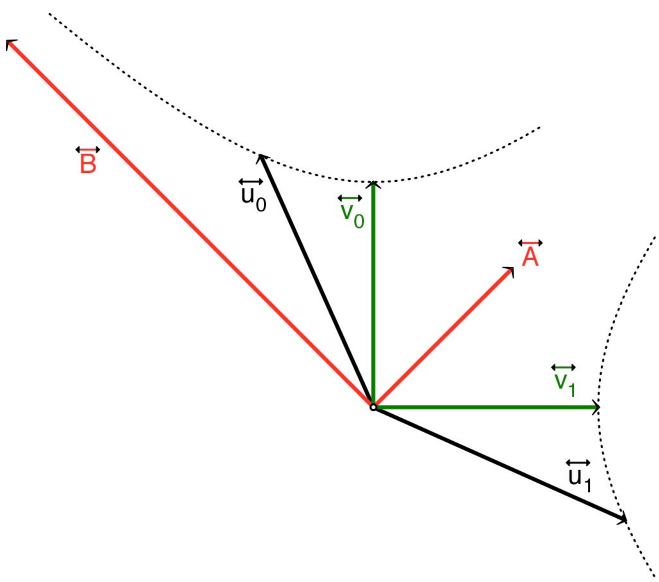
2.c. • Deux 4-vecteurs $\overleftrightarrow{V_0}$ et $\overleftrightarrow{V_1}$ “orthogonaux” correspondent à $V_0{}^0\, V_1{}^0 - V_0{}^1\, V_1{}^1 = 0$; c'est-à-dire qu'au sens de la géométrie euclidienne, l'image de l'un est perpendiculaire au symétrique de l'autre par rapport à un axe.

• Or, une rotation de $\frac{\pi}{2}$ suivie d'une symétrie par rapport à un axe équivaut au total à une symétrie par rapport à une diagonale $ct = \pm x$. On constate que cela correspond effectivement aux conditions respectées par $(\overleftrightarrow{u_0}, \overleftrightarrow{u_1})$ et $(\overleftrightarrow{v_0}, \overleftrightarrow{v_1})$, mais non pour $\overleftrightarrow{A}$ et $\overleftrightarrow{B}$ (contrairement à ce que semble suggérer l'habitude de la géométrie euclidienne).

2.d. • Les coordonnées dans la base $(\overleftrightarrow{v_0}, \overleftrightarrow{v_1})$ s'obtiennent par combinaison :

$$\overleftrightarrow{u_0} = \frac{\sqrt{5}}{2}\,\overleftrightarrow{v_0} - \frac{1}{2}\,\overleftrightarrow{v_1} \;;\; \overleftrightarrow{u_1} = \frac{\sqrt{5}}{2}\,\overleftrightarrow{v_1} - \frac{1}{2}\,\overleftrightarrow{v_0} \;;\; \overleftrightarrow{A} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}\,(\overleftrightarrow{v_0} + \overleftrightarrow{v_1}) \;;\; \overleftrightarrow{B} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}\,(\overleftrightarrow{v_0} - \overleftrightarrow{v_1}).$$

• On en déduit la représentation suivante ; les conclusions sont analogues.



III. Transformation de Lorentz et durée de vie d'un muon

• Dans le référentiel où le muon se déplace, les durées ne sont pas mesurées de la même façon.

• Avec un axe selon la direction du mouvement, si on note respectivement : $(t'_0 ; x'_0)$ et $(t'_1 ; x'_1)$ les "extrémités" d'un intervalle d'expace-temps dans le référentiel du muon, on peut considérer :

$x'_0 = x'_1 = 0$; $t'_0 = 0$; $t'_1 = \tau$.

• Dans le référentiel où le muon se déplace, la transformation de Lorentz donne :

$$x_0 = \frac{x'_0 + \beta c t'_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = 0 \quad ; \quad x_1 = \frac{x'_1 + \beta c t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\beta c \tau}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ;$$

$$ct_0 = \frac{ct'_0 + \beta x'_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = 0 \quad ; \quad ct_1 = \frac{ct'_1 + \beta x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{c\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

• La durée de vie "apparente" du muon est donc : $\tau^* = t_1 - t_0 = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2{,}75.10^{-6}$ s.

◊ remarque : le déplacement correspondant est par ailleurs : $\Delta x = x_1 - x_0 = v\ T$.

IV. Transformation de Lorentz et longueur d'une barre

• Lorsque la barre est verticale, sa longueur vue dans le référentiel terrestre n'est pas influencée par le mouvement horizontal ($L_v = L_0 = 1{,}0$ m).

• Lorsque la barre est horizontale, la mesure de la longueur (différence des positions des deux extrémités) est influencée par le changement de référentiel (et en particulier par la non concordance de la notion de simultanéité dans les deux référentiels).

• Avec un axe selon la direction du mouvement, si on note respectivement : $(t'_0 ; x'_0)$ et $(t'_1 ; x'_1)$ les "extrémités" d'un intervalle d'expace-temps dans le référentiel de la barre, on peut considérer :

$x'_0 = 0$; $x'_1 = L_0$; $t'_0 = 0$; t'_1 à déterminer.

• Dans le référentiel où la barre se déplace, la transformation de Lorentz donne :

$$ct_0 = \frac{ct'_0 + \beta x'_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = 0 \quad ; \quad ct_1 = \frac{ct'_1 + \beta x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 0 \quad ; \text{ d'où : } ct'_1 = -\beta L_0 \quad ;$$

$$x_0 = \frac{x'_0 + \beta c t'_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = 0 \quad ; \quad x_1 = \frac{x'_1 + \beta c t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = L_0 \sqrt{1-\beta^2}\ .$$

• La longueur "apparente" de la barre est donc : $L_h = L_0 \sqrt{1-\beta^2} = 0{,}6$ m.

V. Pseudo-norme et invariance des intervalles d'espace-temps

1. • Dans le référentiel du laboratoire, la particule parcourt une distance L pendant la durée T, donc sa vitesse est : $v = \frac{L}{T} = 260000$ km.s^{-1}.

◊ remarque : cela correspond à $\beta = \frac{v}{c} = 0{,}87$.

2. • Dans le référentiel du laboratoire, on peut considérer que la "durée de vie" de la particule instable est T = 20 ns.

• L'intervalle d'espace-temps (entre la date-position initale et la date-position finale) dans le laboratoire est : $L = x_{fin} - x_{ini}$; $T = t_{fin} - t_{ini}$.

• Dans le référentiel où le déplacement est nul (référentiel "propre") : $L_0 = 0$; $T_0 = t'_{fin} - t'_{ini}$.

• L'intervalle d'espace-temps a une pseudo-norme invariante ; par conséquent : $c^2T^2 - L^2 = c^2T_0^2$.

• On obtient ainsi : $T_0 = \sqrt{T^2 - \frac{L^2}{c^2}} = 10$ ns.

VI. Vitesse d'une fusée

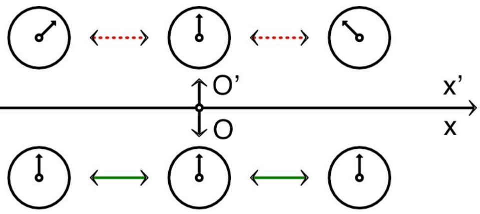
• La loi de composition des vitesses (notée par $\oplus$) peut s'écrire : $v_2 = v_1 \oplus v'_2 = \dfrac{v_1 + v'_2}{1 + \dfrac{v_1 v'_2}{c^2}} = \beta_2\, c$,

avec : $\beta_2 = \dfrac{\beta_1 + \beta'_2}{1 + \beta_1 \beta'_2} = 0{,}88$.

VII. Synchronisation des horloges

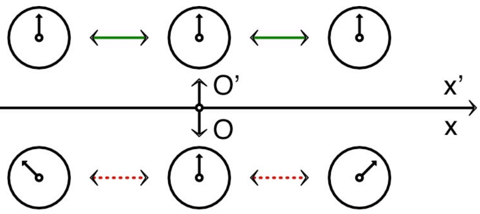
1.a. • Le physicien P voit toutes les horloges situées le long de (Ox) synchronisées (c'est lui qui les a réglées). Il voit aussi synchronisée l'horloge située en O' puisque $t = 0$ en $x = 0$ correspond à $t' = 0$ en $x' = 0$ (synchronisation lors du croisement).

• Par contre, il ne voit pas synchronisées les autres horloges situées le long de (O'x') : $t = 0$ en $x < 0$ donne $t' = \gamma.(t - \frac{v_e}{c^2} x) > 0$ (il voit ces horloges en avance) ; $t = 0$ en $x > 0$ donne $t' = \gamma.(t - \frac{v_e}{c^2} x) < 0$ (il voit ces horloges en retard).



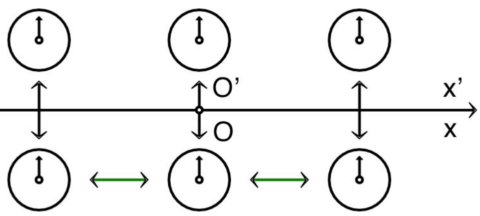
1.b. • Ce qui précède n'est pas contradictoire avec ce que voit P'. Toutes les horloges situées le long de (Ox') lui apparaissent synchronisées (c'est lui qui les a réglées). Il voit aussi synchronisée l'horloge située en O puisque $t' = 0$ en $x' = 0$ correspond à $t = 0$ en $x = 0$ (synchronisation lors du croisement).

• Par contre, il ne voit pas synchronisées les autres horloges situées le long de (Ox) : $t' = 0$ en $x' < 0$ donne $t = \gamma.(t' + \frac{v_e}{c^2} x') < 0$ (il voit ces horloges en retard) ; $t' = 0$ en $x' > 0$ donne $t = \gamma.(t' + \frac{v_e}{c^2} x') > 0$ (il voit ces horloges en avance).



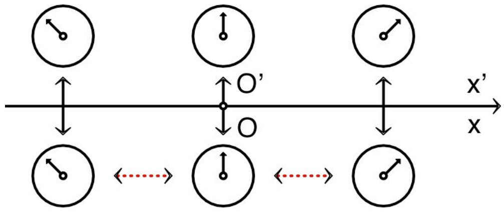
◊ remarque : on vérifie que les décalages entre les horloges qui sont “au même endroit” (sur (Ox) et (O'x') mais “en face” l'une de l'autre) sont perçus de la même façon par P et P', même s'ils ne perçoivent pas cela pour des valeurs t et t' égales.

2.a. • Le physicien P voit toutes les horloges synchronisées (c'est lui qui les a réglées).



2.b. • Il voit synchronisées chacune des horloges le long de (Ox) avec son homologue le long de (O'x') (synchronisation lors du croisement).

• Par contre, il voit les horloges selon (Ox) désynchronisées entre elles (elles ont été réglées par P) ; donc il voit également les horloges selon (O'x') désynchronisées entre elles (de même réglées par P).



◊ remarque : on vérifie que les décalages entre les horloges qui sont "au même endroit" (sur (Ox) et (O'x') mais "en face" l'une de l'autre) sont perçus de la même façon par P et P', même s'ils ne perçoivent pas cela pour des valeurs t et t' égales.

VIII. Alpha du Centaure

1. • Dans le référentiel de la fusée, en mouvement à la vitesse $v = \beta c$ par rapport à la Terre, l'intervalle de distance $D = 4{,}2$ a.l. mesure $D' = D\sqrt{1-\beta^2}$ et se déplace à la vitesse -v.

• D'après la condition imposée par l'énoncé, l'étoile Alpha du Centaure est donc atteinte en une durée $T' = \frac{D'}{v} = 3$ ans. Ceci impose une vitesse telle que : $\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{D}{cT'} = 1{,}4$ d'où on déduit inversement :

$$\beta = \frac{\frac{D}{cT'}}{\sqrt{1+\left(\frac{D}{cT'}\right)^2}} = 0{,}81 \quad \text{et} \quad v = 2{,}44.10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

2. • Par rapport à la Terre, la durée du voyage est : $T = \frac{T'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{D}{v} = 5{,}2$ ans.

IX. Désintégration d'un pion

• La distance moyenne parcourue dans le référentiel du laboratoire correspond à : $D = \beta cT = 20$ m. La durée de vie moyenne y est en outre : $T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ avec $T_0 = 2{,}6.10^{-8}$ s.

• On en tire : $v = \beta c = \frac{c}{\sqrt{1+\left(\frac{cT_0}{D}\right)^2}} \approx 2{,}8.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

X. Paradoxe des jumeaux

1. ◊ remarque : bien que l'énoncé ne le demande pas, on peut commencer par calculer la vitesse du jumeau B dans le référentiel du jumeau A : $v' = v \oplus v = \frac{2v}{1+\frac{v^2}{c^2}} = \frac{4}{5}$ c.

• Le jumeau A, après un temps de voyage T, peut considérer que le jumeau B a pendant cela vécu une durée propre $T' = T\sqrt{1-\beta^2} < T$ (avec $\beta = \frac{v'}{c} = \frac{4}{5}$).

• Mais de même, après un temps de voyage T, le jumeau B peut penser que l'autre a vécu une durée propre $T' < T$; cela peut sembler paradoxal.

2. • Le raisonnement précédent se base uniquement sur la comparaison des durées ; or la notion de temps est double : temps “durée” et temps “date”. Dans ces circonstances, les durées peuvent se calculer comme différences entre des dates, mais lesquelles ?

• Lorsque l'horloge du jumeau A indique $t_A = T$, le jumeau B se trouve à l'abscisse $x_A(B) = v' T$. Dans le référentiel du jumeau B, ceci correspond à : $ct'_B = \frac{ct_A - \beta x_A(B)}{\sqrt{1-\beta^2}}$ donc $t'_B = T \sqrt{1-\beta^2} = T' < T$.

• Mais de même, lorsque l'horloge du jumeau B indique $t_B = T$, le jumeau A se trouve à l'abscisse $x_B(A) = -v' T$. Dans le référentiel du jumeau A, ceci correspond à : $ct'_A = \frac{ct_B + \beta x_B(A)}{\sqrt{1-\beta^2}}$ d'où effectivement $t'_A = T \sqrt{1-\beta^2} = T' < T$.

• En fait, si on synchronise entre elles toutes les horloges du référentiel de A, puis qu'on synchronise l'horloge en O_B avec celle en O_A (au moment du départ), puis qu'on synchronise entre elles toutes les horloges du référentiel de B, alors des dernières ne sont pas synchronisées avec celles du référentiel de A (à part celle située à l'origine) : le temps “date” est décalé selon la position.

• Dans ces conditions, si chaque jumeau arrête son chronomètre après une durée T dans son référentiel, ces deux événements ne se correspondent pas car les deux jumeaux ne sont plus au même endroit. Chaque jumeau a l'impression que l'autre arrête son chronomètre “plus tard” ; par contre, d'après la symétrie, cela paraît simultané pour un observateur du référentiel galiléen de départ (la notion de simultanéité dépend du référentiel).

XI. Densité volumique

• Le nombre d'objets est invariant : $N' = N$; les longueurs perpendiculaires au déplacement sont invariantes : $\Delta y' = \Delta y$; $\Delta z' = \Delta z$.

• La longueur parallèle au déplacement varie selon la relation : $\Delta x' = \gamma\, \Delta x$; le volume varie donc selon la relation : $V' = \gamma\, V$ et la densité volumique selon la relation : $\frac{N'}{V'} = \frac{1}{\gamma}\frac{N}{V}$.

XII. Transformation des angles

• Par rapport au référentiel $\mathcal{R}'$, la vitesse $\vec{u}'$ est telle que : $u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v\, u_x}{c^2}}$ et $u'_y = \frac{u_y \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v\, u_x}{c^2}}$.

• En utilisant les angles : $\tan(\theta') = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{u_y \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{u_x - v} = \frac{\sin(\theta) \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{\cos(\theta) - \frac{v}{u}}$.

XIII. Simultanéité relative

1. • Par rapport au référentiel $\mathcal{R}$, la longueur de la poutre est $L = L_0\sqrt{1-\beta^2}$ (d'autant plus petite qu'elle se déplace vite). La poutre peut donc passer si et seulement si $L \leq D_0$, c'est à dire $\sqrt{1-\beta^2} \leq \frac{1}{2}$. Cela correspond à $v \geq \frac{\sqrt{3}}{2}\ c \approx 0{,}87\ c$.

2. • Par rapport au référentiel $\mathcal{R}'$, la longueur de la grange est $D = D_0\sqrt{1-\beta^2} < D_0$ (d'autant plus petite qu'elle se déplace vite). La poutre, dont la longueur est $L_0 = 2\ D_0$, peut donc sembler incapable de passer.

• Il faut toutefois tenir compte du fait que, si par rapport à $\mathcal{R}$ la porte du fond s'ouvre en même temps que la porte d'entrée se ferme, il n'en est pas de même par rapport à $\mathcal{R}'$.

• Dans ce cas la porte avant (ouverte) passe autour du début de la poutre puis, quand le fond de la grange arrive au début de la poutre, la porte arrière s'ouvre alors que la porte d'entrée est encore ouverte ; enfin, lorsque la porte d'entrée se ferme lorsqu'elle franchit l'extrémité de la poutre.

◊ remarque : on peut préciser que la simultanéité, en deux points de $\mathcal{R}$ dont le décalage spatial est $\Delta x = D_0$, conduit dans à $\mathcal{R}'$ (par la transformation de Lorentz) à un décalage temporel $\Delta t' = \frac{D_0}{c}\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$ pendant lequel la grange peut "passer" une longueur de poutre $v\ \Delta t' = D_0\frac{\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$; pour que le passage complet soit possible, il faut et il suffit donc que : $D + v\ \Delta t' = D_0\sqrt{1-\beta^2} + D_0\frac{\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{D_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \geq L_0$; on retrouve ainsi la condition $\sqrt{1-\beta^2} \leq \frac{1}{2}$.

XIV. Il était une fois un univers...

1.a. • Si le train est court, il lui reste après être entré une distance assez grande à parcourir pour que le signal de fermeture de l'entrée ait le temps d'arriver à la sortie plus tôt que l'avant du train. Il faut pour cela que le train n'avance pas trop vite en comparaison de la célérité du signal.

1.b. • Dans le référentiel de la gare, le train a une longueur $L = L_0\sqrt{1-\beta^2}$ d'autant plus petite qu'il se déplace vite (d'où l'idée de monsieur Lagrange).

1.c. • Le signal arrive à la sortie de la gare à l'instant : $t_1 = \frac{D_0}{c} = 1$ s.

1.d. • La distance $D_0 - L$, parcourue le train pendant qu'il est en entier dans la gare, fait que l'avant du train atteint la sortie à l'instant : $t_2 = \frac{D_0 - L}{v}$.

1.e. • La condition nécessaire et suffisante est : $t_2 > t_1$, ce qui correspond à : $D_0 - L_0\sqrt{1-\beta^2} > \beta\ D_0$.

• Ceci donne : $D_0\sqrt{1-\beta} > L_0\sqrt{1+\beta}$, puis : $\beta < \frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2} \approx 0{,}01$ avec $\lambda = \frac{L_0}{D_0} = 0{,}99$.

• Ceci correspond au cas, le seul possible, où le train est presque à l'arrêt : monsieur Lagrange a tort.

2.a. • Dans $\mathcal{R}'$, où la longueur du train est $L_0 = 99$ m, c'est la gare qui a une longueur $D = D_0\sqrt{1-\beta^2}$ d'autant plus petite qu'elle se déplace vite. Il est donc clair que la contraction relativiste n'apporte pas de nouvelle possibilité.

2.b. • La longueur de la gare dans $\mathcal{R}'$ est dans ce cas $D = D_0\sqrt{1-\beta^2} \approx 43{,}6$ m $< L_0$. L'avant du train doit donc “sortir” de la gare avant que l'arrière n'y “entre” (c'est la gare qui se déplace autour du train fixe).

• On peut préciser que, lorsque l'entrée de la gare passe l'arrière du train, la sortie de la gare a déjà dépassé l'avant du train de $L_0 - D$. Le passage se produit donc à l'instant : $t'_2 = \frac{D - L_0}{v} \approx -0{,}62$ s (ce qui peut se déduire aussi par la transformation de Lorentz).

• Dans le référentiel $\mathcal{R}$ de la gare, le passage de l'arrière du train à l'entrée et le passage de l'avant du train à la sortie sont deux événements séparés par un intervalle du genre “espace” :

◊ la distance qui les sépare est $D_0 = 100$ m ;

◊ la durée qui les sépare est telle que : $ct_2 = \frac{D_0 - L}{v} \approx 63$ m ;

◊ l'intervalle d'espace-temps correspond à : $ds^2 = c^2\, t_2^2 - D_0^2 < 0$.

• Dans ce cas, l'ordre temporel des deux événements dépend du référentiel considéré : $t_2 > 0$ dans $\mathcal{R}$ mais $t'_2 < 0$ dans $\mathcal{R}'$.