# DYNAMIQUE - MÉCANIQUE RELATIVISTE - olympiades - corrigé du TD2

## A. EXERCICES “PRÉLIMINAIRES”

### I. Effet Doppler classique longitudinal

1. • En choisissant l'origine du temps à l'instant du passage en O, la position du récepteur peut être notée $x(t) = v\,t$. En raisonnant avec $v > 0$, le cas du rapprochement est donc décrit par $t < 0$ et le cas de l'éloignement par $t > 0$.

• Le calcul de la fréquence étant indépendant du déphasage, on peut considérer que l'émetteur génère un signal dont les maximums successifs (crêtes d'onde) correspondent aux instants $t_{e_n} = n\,T_e$.

• Pour $t > 0$ (éloignement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = c.(t - t_{e_n})$ ; la réception se produit si et seulement si $x(t) = x_n(t)$ c'est-à-dire : $v\,t = c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} \dfrac{c}{c-v}$.

◊ remarque : ceci nécessite $c > v$, sinon le son ne rattrape jamais le récepteur.

• La période de réception est donc : $T_r = \dfrac{T_e}{1-\frac{v}{c}}$ et la fréquence de réception est : $F_r = F_e.(1 - \frac{v}{c})$ ; le son semble plus grave.

• Pour $t < 0$ (rapprochement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = -c.(t - t_{e_n})$ puisqu'on considère la propagation de l'onde dans l'autre sens ; la condition $x(t) = x_n(t)$ donne : $v\,t = -c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} \dfrac{c}{c+v}$.

• La période de réception est donc : $T_r = \dfrac{T_e}{1+\frac{v}{c}}$ et la fréquence de réception est : $F_r = F_e.(1 + \frac{v}{c})$ ; le son semble plus aigu.

◊ remarque : on peut obtenir ce résultat plus simplement en considérant que le rapprochement et l'éloignement sont intervertis si on change le signe de v, mais il faut se méfier des pièges dans ce genre de “raccourcis”.

2.a. ◊ remarque : on peut imaginer de ramener ce cas au précédent en changeant de référentiel ; cette méthode n'est pas aussi simple qu'on peut le penser : il faut ne pas oublier que l'air (par rapport auquel se propage le son) est alors en mouvement par rapport au référentiel.

◊ remarque : bien que cela ne soit pas évident cette question nécessite $c > v$ (dans les deux cas) sinon l'émetteur passe le mur du son et le phénomène est de nature différente (onde de choc).

• En choisissant l'origine du temps à l'instant du passage en O, la position de l'émetteur peut être notée $x(t) = v\,t$. Le cas du rapprochement est donc décrit par $t < 0$ et le cas de l'éloignement par $t > 0$.

• Le calcul de la fréquence étant indépendant du déphasage, on peut considérer que l'émetteur génère un signal dont les maximums successifs (crêtes d'onde) correspondent aux instants $t_{e_n} = n\,T_e$.

• Pour $t > 0$ (éloignement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = v\,t_{e_n} - c.(t - t_{e_n})$ ; la réception se produit si et seulement si $0 = x_n(t)$ c'est-à-dire : $v\,t_{e_n} = c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} \dfrac{c+v}{c}$.

• La période de réception est donc : $T_r = T_e.(1 + \frac{v}{c})$ et la fréquence de réception est : $F_r = \dfrac{F_e}{1+\frac{v}{c}}$ ; le son semble plus grave.

• Pour $t < 0$ (rapprochement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = v\, t_{e_n} + c.(t - t_{e_n})$ puisqu'on considère la propagation de l'onde dans l'autre sens ; la condition $0 = x_n(t)$ donne : $v\, t_{e_n} = -c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} \dfrac{c - v}{c}$.

• La période de réception est donc : $T_r = T_e.(1 - \dfrac{v}{c})$ et la fréquence de réception est : $F_r = \dfrac{F_e}{1 - \frac{v}{c}}$ ; le son semble plus aigu.

◊ remarque : ici aussi on peut obtenir ce résultat plus simplement en changeant le signe de v.

2.b. • La différence des expressions obtenues vient du fait que le son se propage par rapport à l'air ; le résultat n'est pas le même selon que l'émetteur est mobile ou non (la célérité de la propagation n'est pas la même par rapport au référentiel de l'émetteur si l'air y est mobile).

## II. Effet Doppler classique et changement de référentiel

1. ◊ remarque : bien que cela ne soit pas évident cet exercice nécessite $c > v$ (dans les deux cas) sinon l'émetteur passe le mur du son et le phénomène est de nature différente (onde de choc).

• En choisissant l'origine du temps à l'instant du passage en O, la position de l'émetteur peut être notée $x(t) = v\, t$. Le cas du rapprochement est donc décrit par $t < 0$ et le cas de l'éloignement par $t > 0$.

• Le calcul de la fréquence étant indépendant du déphasage, on peut considérer que l'émetteur génère un signal dont les maximums successifs (crêtes d'onde) correspondent aux instants $t_{e_n} = n\, T_e$.

• Pour $t > 0$ (éloignement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = v\, t_{e_n} - c.(t - t_{e_n})$ ; la réception se produit si et seulement si $0 = x_n(t)$ c'est-à-dire : $v\, t_{e_n} = c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} \dfrac{c + v}{c}$.

• La période de réception est donc : $T_r = T_e.(1 + \dfrac{v}{c})$ et la fréquence de réception est : $F_r = \dfrac{F_e}{1 + \frac{v}{c}}$ ; le son semble plus grave.

• Pour $t < 0$ (rapprochement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = v\, t_{e_n} + c.(t - t_{e_n})$ puisqu'on considère la propagation de l'onde dans l'autre sens ; la condition $0 = x_n(t)$ donne : $v\, t_{e_n} = -c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} \dfrac{c - v}{c}$.

• La période de réception est donc : $T_r = T_e.(1 - \dfrac{v}{c})$ et la fréquence de réception est : $F_r = \dfrac{F_e}{1 - \frac{v}{c}}$ ; le son semble plus aigu.

◊ remarque : on peut obtenir ce résultat plus simplement en considérant que le rapprochement et l'éloignement sont intervertis si on change le signe de v, mais il faut se méfier des pièges dans ce genre de “raccourcis”.

2. • Dans le référentiel de l'émetteur, on considère qu'il est placé à l'origine O’. En choisissant l'origine du temps à l'instant du passage du récepteur en O’, sa position peut être notée $x'(t) = v'\, t = -v\, t$ (le mouvement de R par rapport à E est l'opposé de celui de E par rapport à R. Le cas du rapprochement est ici encore décrit par $t < 0$ et le cas de l'éloignement par $t > 0$.

• Le calcul de la fréquence étant indépendant du déphasage, on peut considérer que l'émetteur génère un signal dont les maximums successifs (crêtes d'onde) correspondent aux instants $t_{e_n} = n\, T_e$.

• Pour $t > 0$ (éloignement) la crête d'onde n est à la position $x'_n(t) = -c'.(t - t_{e_n}) = -(c + v).(t - t_{e_n})$ car la propagation se fait par rapport à l'air (dont la vitesse est -v) ; la réception se produit pour $x'(t) = x'_n(t)$ c'est-à-dire : $-v\, t = -(c + v).(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} \dfrac{c + v}{c}$.

• On retrouve : $T_r = T_e.(1 + \frac{v}{c})$ et $F_r = \frac{F_e}{1+\frac{v}{c}}$ ; le son semble plus grave.

• Pour $t < 0$ (rapprochement) la crête d'onde n est à la position $x'_n(t) = c'.(t - t_{e_n}) = (c - v).(t - t_{e_n})$ puisqu'on considère la propagation de l'onde dans l'autre sens ; la réception se produit pour $x'(t) = x'_n(t)$ c'est-à-dire : $-v\,t = (c - v).(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} \frac{c-v}{c}$.

• On retrouve : $T_r = T_e.(1 - \frac{v}{c})$ et $F_r = \frac{F_e}{1-\frac{v}{c}}$ ; le son semble plus aigu.

## III. Effet Doppler classique et effet du vent

1. • Le calcul de la fréquence étant indépendant du déphasage, on peut considérer que l'émetteur génère un signal dont les maximums successifs (crêtes d'onde) correspondent aux instants $t_{e_n} = n\,T_e$.

• La crête d'onde n est à la position $x_n(t) = c'.(t - t_{e_n}) = (c + v).(t - t_{e_n})$ car la propagation se fait par rapport à l'air (dont la vitesse est v) ; la réception se produit pour $D = x_n(t)$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} + \frac{D}{c+v}$.

• La durée mise par l'onde pour se propager sur la distance D est donc modifiée, mais les deux décalages de fréquence à l'émission et à la réception se compensent : $T_r = T_e$ et $F_r = F_e$.

◊ remarque : on observe toutefois des effets du second ordre (fluctuants) causés par les turbulences (la vitesse de l'air n'est alors pas exactement la même au niveau de l'émetteur et du récepteur).

2. • En choisissant l'origine du temps à l'instant du passage en O, la position de l'émetteur peut être notée $x'_e(t) = -v\,t$ ; celle du récepteur est $x'_r(t) = D - v\,t$.

• Le calcul de la fréquence étant indépendant du déphasage, on peut considérer que l'émetteur génère un signal dont les maximums successifs (crêtes d'onde) correspondent aux instants $t_{e_n} = n\,T_e$.

• La crête d'onde n est à la position $x'_n(t) = -v\,t + c.(t - t_{e_n})$ ; la réception se produit pour $x'_r(t) = x'_n(t)$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} + \frac{D}{c+v}$.

• La durée de propagation est donc modifiée car la distance de propagation $(D - v\,t)$ est modifiée, mais les décalages de fréquence à l'émission et à la réception se compensent : $T_r = T_e$ et $F_r = F_e$.

## IV. Effet Doppler classique oblique

1. ◊ remarque : bien que cela ne soit pas évident cet exercice nécessite $c > v$ sinon l'émetteur passe le mur du son et le phénomène est de nature différente (onde de choc).

• En choisissant l'origine du temps à l'instant du passage en O, la position de l'émetteur peut être notée $x(t) = v\,t$.

• Le calcul de la fréquence étant indépendant du déphasage, on peut considérer que l'émetteur génère un signal dont les maximums successifs (crêtes d'onde) correspondent aux instants $t_{e_n} = n\,T_e$.

• La position de E à l'instant de la réception ne correspond plus à la position $E_n$ qu'il avait au moment de l'émission correspondante. L'angle indiqué par l'énoncé est : $\alpha = \left(\widehat{\overrightarrow{E_nR}\,;\overrightarrow{u_x}}\right) = -\arccos\left(\frac{v\,t_{e_n}}{\sqrt{(v\,t_{e_n})^2 + D^2}}\right)$.

◊ remarque : compte tenu des valeurs de l'angle entre 0 et $\pi$, il est préférable d'utiliser le cosinus (plutôt que le sinus ou la tangente) si on veut éviter les problèmes de signe.

• La crête d'onde n est un cercle centré à l'abscisse $x_n = v\, t_{e_n}$ et de rayon $r_n(t) = c.(t - t_{e_n})$ ; la réception se produit si et seulement si $E_nR = r_n(t)$ c'est-à-dire : $\sqrt{\left(v\, t_{e_n}\right)^2 + D^2} = c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} + \frac{v}{c}\, t_{e_n} \sqrt{1 + \left(\frac{D}{v\, t_{e_n}}\right)^2} = t_{e_n} . \left(1 - \frac{v}{c \cdot \cos(\alpha)}\right)$.

• La période de réception est donc : $T_r = T_e . \left(1 - \frac{v}{c \cdot \cos(\alpha)}\right)$ et la fréquence de réception est : $F_r =$ $= \frac{F_e}{1 - \frac{v}{c \cdot \cos(\alpha)}}$.

2.a. • Lors du rapprochement, dans le cas limite où l'émetteur est très éloigné (D négligeable en comparaison), on retrouve $\cos(\alpha) \approx 1$ et $F_r \approx \frac{F_e}{1 - \frac{v}{c}}$ (le son semble plus aigu) ; lors de l'éloignement, dans le cas limite où l'émetteur est très éloigné, on retrouve $\cos(\alpha) \approx -1$ et $F_r \approx \frac{F_e}{1 + \frac{v}{c}}$ (le son semble plus grave).

2.b. • Le cas particulier $\cos(\alpha) = 0$ doit être précisé ; en reprenant le calcul on obtient : $D \approx c.(t - t_{e_n})$.

◊ remarque : on considère $v\, t_{e_n} << D$ sans pour cela le négliger <u>partout</u> dans la relation obtenue, car le passage exactement par l'origine correspond à l'émission <u>d'une seule</u> crête d'onde et ne peut permettre de calculer le décalage entre deux crêtes d'onde successives (ici on raisonne forcément au voisinage de l'origine).

• L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} \approx t_{e_n} + \frac{D}{c}$ ; il y a un simple retard (délai de propagation) sans modification ni de la période ni de la fréquence.

## B. EXERCICES RELATIVISTES

### V. Effet Doppler relativiste longitudinal

1. • En choisissant l'origine du temps à l'instant du passage en O, la position du récepteur peut être notée $x(t) = v\, t$. En raisonnant avec $v > 0$, le cas du rapprochement est donc décrit par $t < 0$ et le cas de l'éloignement par $t > 0$.

• Le calcul de la fréquence étant indépendant du déphasage, on peut considérer que l'émetteur génère un signal dont les maximums successifs (crêtes d'onde) correspondent aux instants $t_{e_n} = n\, T_e$.

• Pour $t > 0$ (éloignement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = c.(t - t_{e_n})$ ; la réception se produit si et seulement si $x(t) = x_n(t)$ c'est-à-dire : $v\, t = c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n} \frac{c}{c - v}$.

• Mais le récepteur perçoit ces instants dans son propre référentiel ; d'après la transformation de Lorentz (en notant $\beta = \frac{v}{c}$) : $ct'_{r_n} = \frac{ct_{r_n} - \beta x\left(t_{r_n}\right)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$. On obtient ainsi : $t'_{r_n} = t_{r_n} \frac{1 - \beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = t_{r_n} \sqrt{1 - \beta^2}$.

• La période de réception est donc : $T'_r = \frac{T_e}{1 - \beta} \sqrt{1 - \beta^2} = T_e \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}$ et la fréquence de réception est : $F'_r = F_e \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$ ; le son semble plus grave.

• Pour $t < 0$ (rapprochement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = -c.(t - t_{e_n})$ puisqu'on considère la propagation de l'onde dans l'autre sens ; la condition $x(t) = x_n(t)$ donne : $v\,t = -c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n}\,\dfrac{c}{c+v}$.

• Mais le récepteur perçoit ces instants dans son propre référentiel ; d'après la transformation de Lorentz : $t'_{r_n} = t_{r_n}\,\sqrt{1-\beta^2}$.

• La période de réception est donc : $T'_r = \dfrac{T_e}{1+\beta}\,\sqrt{1-\beta^2} = T_e\,\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}$ et la fréquence de réception est : $F'_r = F_e\,\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}}$ ; le son semble plus aigu.

◊ remarque : on peut obtenir ce résultat plus simplement en considérant que le rapprochement et l'éloignement sont intervertis si on change le signe de v, mais il faut se méfier des pièges dans ce genre de “raccourcis”.

2.a. • En choisissant l'origine du temps à l'instant du passage en O, la position de l'émetteur peut être notée $x(t) = v\,t$. Le cas du rapprochement est donc décrit par $t < 0$ et le cas de l'éloignement par $t > 0$.

• Le calcul de la fréquence étant indépendant du déphasage, on peut considérer que l'émetteur génère un signal dont les maximums successifs (crêtes d'onde) correspondent aux instants $t_{e_n} = n\,T_e$.

• Pour $t > 0$ (éloignement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = v\,t_{e_n} - c.(t - t_{e_n})$ ; la réception se produit si et seulement si $0 = x_n(t)$ c'est-à-dire : $v\,t_{e_n} = c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n}\,\dfrac{c+v}{c}$.

• Mais l'émetteur émet les crêtes d'ondes dans son propre référentiel ; d'après la transformation de Lorentz (en notant $\beta = \dfrac{v}{c}$) : $ct'_{e_n} = \dfrac{ct_{e_n} - \beta x\left(t_{e_n}\right)}{\sqrt{1-\beta^2}}$. On obtient ainsi : $t'_{e_n} = t_{e_n}\,\dfrac{1-\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = t_{e_n}\,\sqrt{1-\beta^2}$.

• La période de réception est donc : $T_r = T'_e\,\dfrac{1+\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = T'_e\,\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}}$ et la fréquence de réception est : $F_r = F'_e\,\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}$ ; le son semble plus grave.

• Pour $t < 0$ (rapprochement) la crête d'onde n est à la position $x_n(t) = v\,t_{e_n} + c.(t - t_{e_n})$ puisqu'on considère la propagation de l'onde dans l'autre sens ; la condition $0 = x_n(t)$ donne : $v\,t_{e_n} = -c.(t - t_{e_n})$. L'instant de réception correspondant est alors : $t_{r_n} = t_{e_n}\,\dfrac{c-v}{c}$.

• Mais l'émetteur émet les crêtes d'ondes dans son propre référentiel ; d'après la transformation de Lorentz : $t'_{e_n} = t_{e_n}\,\dfrac{1-\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = t_{e_n}\,\sqrt{1-\beta^2}$.

• La période de réception est donc : $T_r = T'_e\,\dfrac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = T'_e\,\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}$ et la fréquence de réception est : $F_r = F'_e\,\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}}$ ; le son semble plus aigu.

◊ remarque : ici aussi on peut obtenir ce résultat plus simplement en changeant le signe de v.

2.b. • Contrairement au cas du son, qui se propage par rapport à l'air, la célérité de propagation de la lumière est la même par rapport à tous les référentiels.

## VI. Effet Doppler relativiste et changement de référentiel

1. • Pour l'éloignement le quadrivecteur énergie-impulsion du photon dans le référentiel de l'émetteur est : $c\vec{\vec{P}} = (E \,;\, c\vec{p}) = hF_e \,.\, (1 \,;\, \{1 \,;\, 0 \,;\, 0\})$.

• Dans le référentiel du récepteur, l'expression de ce quadrivecteur se déduit de la transformation de Lorentz (en notant $\beta = \frac{v}{c}$) : $E' = \frac{E - \beta c p_x}{\sqrt{1-\beta^2}} = E\,\frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ; $cp'_x = \frac{cp_x - \beta E}{\sqrt{1-\beta^2}} = cp_x\,\frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$. On obtient ainsi : $c\vec{\vec{P'}} = (E' \,;\, c\vec{p'}) = hF'_e \,.\, (1 \,;\, \{1 \,;\, 0 \,;\, 0\})$ avec : $F'_e = F_e\,\frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

• C'est cette fréquence que perçoit le récepteur : $F'_r = F'_e = F_e\,\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$ ; le son semble plus grave.

• Pour le rapprochement le quadrivecteur énergie-impulsion du photon dans le référentiel de l'émetteur est : $c\vec{\vec{P}} = (E \,;\, c\vec{p}) = hF_e \,.\, (1 \,;\, \{-1 \,;\, 0 \,;\, 0\})$.

• Dans le référentiel du récepteur : $E' = \frac{E - \beta c p_x}{\sqrt{1-\beta^2}} = E\,\frac{1+\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ; $cp'_x = \frac{cp_x - \beta E}{\sqrt{1-\beta^2}} = cp_x\,\frac{1+\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$. On obtient ainsi : $c\vec{\vec{P'}} = (E' \,;\, c\vec{p'}) = hF'_e \,.\, (1 \,;\, \{-1 \,;\, 0 \,;\, 0\})$ avec : $F'_e = F_e\,\frac{1+\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

• C'est cette fréquence que perçoit le récepteur : $F'_r = F'_e = F_e\,\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ ; le son semble plus aigu.

◊ remarque : on peut obtenir ce résultat plus simplement en considérant que le rapprochement et l'éloignement sont intervertis si on change le signe de v.

2. • D'après l'invariance relativiste, le résultat est le même si c'est l'émetteur qui est en mouvement : il suffit de raisonner en partant du référentiel de l'émetteur.

◊ remarque : ceci est lié au fait que la célérité de la lumière ne dépend pas du référentiel.

## VII. Effet Doppler relativiste oblique

1. • Avec la méthode indiquée, il n'est pas nécessaire de recalculer l'angle a en fonction des positions respectives de l'émetteur et du récepteur ; il suffit de considérer : $\alpha = \left(\widehat{\vec{p}\,;\,\vec{u_x}}\right)$ où $\vec{p}$ est l'impulsion du photon dans le référentiel du récepteur.

• Le quadrivecteur énergie-impulsion du photon dans le référentiel de l'émetteur peut s'écrire : $c\vec{\vec{P'}} = (E' \,;\, c\vec{p'}) = hF'_e \,.\, (1 \,;\, \{\cos(\alpha') \,;\, \sin(\alpha') \,;\, 0\})$ ; il n'est toutefois pas immédiat d'exprimer l'angle $\alpha'$ en fonction de l'angle $\alpha$ demandé par l'énoncé.

• Dans le référentiel du récepteur, l'expression de ce quadrivecteur peut s'écrire : $c\vec{\vec{P}} = (E \,;\, c\vec{p}) = hF_e \,.\, (1 \,;\, \{\cos(\alpha) \,;\, \sin(\alpha) \,;\, 0\})$ ; d'après la transformation de Lorentz (en notant $\beta = \frac{v}{c}$) : $E' = \frac{E - \beta c p_x}{\sqrt{1-\beta^2}} = E\,\frac{1-\beta\cos(\alpha)}{\sqrt{1-\beta^2}}$ (plus facile dans ce sens).

• On en déduit la fréquence que perçoit le récepteur : $F_r = F_e = F'_e\,\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta\cos(\alpha)}$.

2.a. • Lors du rapprochement, dans la limite où l'émetteur est très éloigné (D négligeable en comparaison), on retrouve $\cos(\alpha) \approx 1$ et $F_r \approx F'_e\,\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ (le son semble plus aigu) ; lors de l'éloignement, dans la limite où l'émetteur est très éloigné, on retrouve $\cos(\alpha) \approx -1$ et $F_r \approx F'_e\,\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$ (le son semble plus aigu).

2.b. • Le cas particulier $\cos(\alpha) = 0$ correspond ici simplement à : $F_r = F_e = F'_e \sqrt{1-\beta^2}$. Contrairement à ce qu'on observe pour les ondes sonores, il y a ici un effet Doppler non nul : le son semble plus grave (mais l'effet est du second ordre).