

Un autre point de vue sur les sources thermiques

par **Jean-Michel LAFFAILLE**
Lycée Henri Bergson - 49000 Angers
laffaille.j-m.edu@orange.fr

RÉSUMÉ

Bien expliquer les bases de la thermodynamique est difficile ; une concertation est souhaitable pour mieux décrire certains points délicats. Suite à un précédent article, dans lequel quelques propriétés des sources thermiques sont mises en évidence de façon très instructive, il semble en fait que certains commentaires importants, concernant entre autres l'entropie, restent à préciser. C'est le but du présent article.

INTRODUCTION

Dans un article sur les sources thermiques [1], Chantal DUPREZ et Martine MÉHEUT comparent différentes « définitions » utilisées à ce sujet dans les cours de thermodynamique de premier cycle [2] ; il me semble que quelques commentaires supplémentaires peuvent être utiles.

Dans ce même article, les auteurs tentent de préciser les calculs d'entropie associés, entre autres, aux sources thermiques. Bien que ce travail soit très instructif, il me semble qu'il y manque plusieurs commentaires essentiels.

1. PRÉLIMINAIRES

1.1. La thermostatique

Un aspect fondamental des premiers cours de thermo-« dynamique » de premier cycle est qu'il s'agit en fait essentiellement de thermo-statique.

On s'y limite généralement à l'étude d'équilibres (ou de quasi-équilibres) en considérant, du point de vue des grandeurs d'état, la différence entre deux états précédant et suivant une transformation.

1.2. Dénomination des sources thermiques

Il n'est pas forcément judicieux de refuser les mots rendus ambigus par une médiocre utilisation dans le langage usuel (si on voulait vraiment s'y attacher, on aboutirait à éliminer

un trop grand nombre de mots). Le mieux me semble d'expliquer pourquoi le sens usuel est incorrect et comment le mot doit être correctement utilisé.

Ainsi, j'estime acceptable l'expression « source de chaleur » dès qu'on explique que la « chaleur » est un transfert thermique d'énergie. *A contrario*, les expressions comme « réservoir de chaleur » sont à proscrire, car la chaleur est par définition transférée et ne peut pas être contenue dans un « réservoir ».

Dans cet état d'esprit :

- ◆ l'appellation « source thermique » pour un système susceptible de transférer de l'énergie sous forme thermique me paraît correcte (mis à part le fait que le transfert n'est pas un échange, car il ne comporte pas de contrepartie) ;
- ◆ l'appellation « source thermique idéale », pour une source thermique dont les transferts sont réversibles, me semble par contre peu claire (en quoi le fait d'être réversible serait-il une propriété idéale ?) ; je proposerais plus simplement l'appellation « source thermique réversible » (mais cela semble équivalent au cas suivant) ;
- ◆ l'appellation « source thermique parfaite », pour une source thermique à température constante, me semble de même peu claire (en quoi la température constante serait-elle une perfection ?) ; je proposerais l'appellation « source thermique à température constante » (mais le mot « thermostat » ne me semble pas déplacé, pourvu qu'on en précise la signification).

1.3. Transformations réversibles

Bien que cette analogie ne soit pas parfaite, on peut comparer un système thermodynamique subissant une transformation réversible et un système mécanique décrit par un solide en mouvement de translation uniforme sur un rail horizontal sans frottement : la condition de ce mouvement est analogue à la condition d'équilibre.

Le mouvement considéré pourrait tout aussi bien se faire dans l'autre sens (en cela il est « réversible »), mais le changement ne se fait pas spontanément... le démarrage non plus d'ailleurs, car cela demande un apport d'énergie.

En outre, il y a généralement en pratique des phénomènes dissipatifs (même faibles) ; le mobile ne poursuit son mouvement que si les conditions sont au moins légèrement « déséquilibrées » par une légère pente du rail. Cela correspond à une transformation quasi-réversible.

De même, en pratique, pour qu'il y ait transformation macroscopique, il faut un léger déséquilibre. La réversibilité n'est que la limite idéalisée de la quasi-réversibilité, ce qui amène à ne considérer que des transformations très lentes (condition nécessaire, mais non suffisante).

Pour un système isolé dépendant d'une variable z , l'équilibre correspond au maximum de l'entropie $S(z)$ (cf. figure 1). La variation d'allure « parabolique » de l'entropie, au voisinage de l'équilibre, correspond à des termes du second ordre, négligeables pour les trans-

formations quasi-réversibles. C'est justement cette propriété (ou certaines de ses conséquences) que Chantal DUPREZ et Martine MÉHEUT mettent en évidence par des développements limités dans les cas considérés.

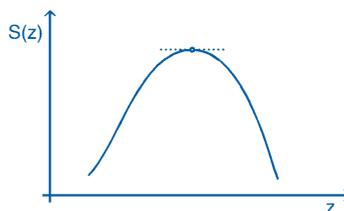


Figure 1

2. VARIATION D'ENTROPIE POUR UN « THERMOSTAT »

On nomme ici « thermostat » une source thermique à température constante. Une telle source n'a pas besoin d'avoir une conductivité thermique très grande si on ne l'utilise que pour des transformations très lentes (condition nécessaire de quasi-réversibilité).

Si cette source a un fonctionnement réversible, la variation de son entropie se limite au transfert $dS_{\text{source}} = \frac{\delta Q_{\text{source}}}{T}$ (sans création d'entropie).

Si la transformation est seulement quasi-réversible (cf. figure 2), il y a un peu d'entropie créée dans la source ($\delta S_{\text{créé}} > 0$), mais un transfert $\delta S_{\text{trans}} = \frac{\delta Q_{\text{source}}}{T_{\text{lim}}} < \frac{\delta S_{\text{source}}}{T}$ un peu plus petit ($\{T_{\text{lim}} < T_{\text{source}} \text{ et } \delta Q < 0\}$ ou $\{T_{\text{lim}} > T_{\text{source}} \text{ et } \delta Q > 0\}$). Au total, ceci autorise certaines approximations associées à la quasi-réversibilité : en raisonnant dans l'hypothèse réversible, on sous-estime la création et on surestime le transfert, or ces deux approximations se compensent au premier ordre : la variation d'entropie de la source est

$$\delta S_{\text{créé}} + \delta S_{\text{trans}} \approx \frac{\delta Q}{T}.$$

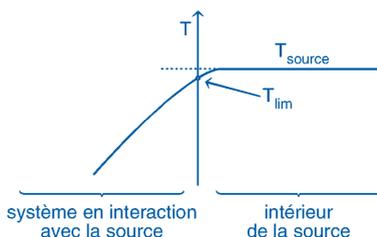


Figure 2 : Allure de la dépendance spatiale de la température (pour un système en interaction avec une source thermique).

Remarques

- ◆ Pour le système en interaction avec la source, il y a un peu moins d'entropie créée dans le système (gradient de température un peu plus faible que si la source était réversible avec $T_{\text{lim}} = T_{\text{source}}$) et un transfert un peu plus grand (algébriquement, même écart, mais

de signe contraire à celui pour la source), donc une compensation analogue.

- ◆ Bien que les calculs se ramenant à un système isolé soient dans certains cas plus simples, je pense qu'il est utile d'enseigner aussi les transferts d'entropie dans le cours de thermodynamique de premier cycle, car ils permettent de mettre en évidence des aspects très instructifs.

D'un autre point de vue, il est intéressant de chercher à savoir comment construire en pratique une source thermique à température constante. Ainsi, un corps pur diphasé en équilibre peut sembler une bonne proposition (la température constante est assurée par la coexistence des deux phases et les transformations de la source se font de façon réversible donc sans création d'entropie).

Remarques

- ◆ Contrairement à certains commentaires des auteurs cités [1], il me semble qu'un tel dispositif peut correspondre à une transformation chimique en réacteur à la fois isotherme et isochore (ou isotherme et isobare) dans la mesure où la transformation est associée à une variable supplémentaire : l'avancement de réaction.
- ◆ En outre, les approximations comme $\Delta V \approx 0$ pour les solides et liquides peuvent être suffisantes dans certains cas : n'oublions pas qu'un des enseignements souhaités en premier cycle est de savoir faire des approximations justifiées (on peut par contre s'appuyer sur des développements limités pour mieux en illustrer la justification).

Compte tenu des précisions précédentes, un dispositif de grande capacité thermique semble également acceptable si on l'utilise dans les conditions de quasi-réversibilité (voir l'interaction système/source étudiée dans la suite).

Mais plus encore, un dispositif stabilisé en température (au sens usuel du mot « thermostat ») peut être tout aussi satisfaisant si on ne l'utilise que pour transférer thermiquement de l'énergie et non pour l'inclure dans un calcul de variations d'entropie.

3. SYSTÈME AU CONTACT D'UNE SOURCE THERMIQUE

Lorsqu'on met un système en contact avec une source thermique, si on suppose que la transformation est irréversible, c'est que le système n'est pas en équilibre thermique... donc il n'existe pas de « température du système » pendant la transformation.

Le transfert d'entropie reçu par le système correspond à $\delta S_{\text{trans}} = \frac{\delta Q_{\text{sys}}}{T_{\text{lim}}}$ (si on suppose que le déséquilibre n'est pas trop violent, pour que la notion de température ait tout de même une signification locale : la répartition statistique de MAXWELL-BOLTZMANN doit être quasi-respectée).

Il y a en outre création d'entropie à l'intérieur du système pendant son rééquilibrage thermique. Pour s'en convaincre, on peut considérer que le retour à l'équilibre thermique

d'un système isolé est irréversible (mais aussi, dans l'interprétation statistique, que le passage d'une situation déséquilibrée à une situation équilibrée constitue une « augmentation du désordre »).

Remarque

- ◆ Certes, l'entropie est créée en bonne partie au voisinage de la surface en interaction avec l'extérieur, mais c'est tout de même à l'intérieur (donc ce n'est pas une propriété commune à l'ensemble des deux parties en interaction).

Pour évaluer la variation d'entropie du système, faute de calculer directement le détail de la quantité créée (voir pour cela dans la suite), on utilise le fait que l'entropie est une grandeur d'état et on se ramène à une transformation réversible « équivalente » partant du même état initial et aboutissant au même état final.

Remarque

- ◆ Il n'est peut-être même pas nécessaire qu'une transformation physique équivalente existe réellement, il peut suffire d'une transformation mathématiquement définie pour correspondre aux conditions requises.

On considère alors la mise en contact du système avec une (succession de) source(s) quasi-réversible(s), restant en quasi-équilibre dans un (des) intervalle(s) entre T et $T + dT$, donc pour laquelle (lesquelles) il n'y a pas de création d'entropie. Ainsi, « la » température de « la » source change sans changer, d'où l'ambiguïté de rédaction de certains ouvrages.

C'est en ce sens qu'on peut considérer $dS = \frac{\delta Q}{T}$ avec T variable, qui est en même temps la température du système puisque celui-ci reste (successivement) en équilibre avec la (chacune des) source(s). Cela n'a rien à voir avec « la température » du système pendant la transformation réelle, puisqu'une telle température n'existe pas.

4. RÉÉQUILIBRAGE THERMIQUE DE DEUX PARTIES D'UN SYSTÈME

Dans leur article, Chantal DUPREZ et Martine MÉHEUT commentent une étude [3-4] concernant le rééquilibrage thermique d'un système constitué de deux parties (1) et (2). Les auteurs de cette étude calculent la variation d'entropie de la partie (1) comme si (2) était une (succession de) source(s) réversible(s).

Ils en déduisent : $\delta S_{1-\text{trans}} = \frac{\delta Q_1}{T_2} = -C_2 \frac{dT_2}{T_2}$ avec $\delta Q_1 = -\delta Q_2 = -C_2 dT_2$. Dans une telle interprétation (cf. figure 3, page ci-après), T_2 correspond à la température qu'aurait la partie (2) si elle était en équilibre après avoir reçu δQ_2 (sinon T_2 n'existe pas).

Ceci semble faux (comme le signalent Chantal DUPREZ et Martine MÉHEUT) car la

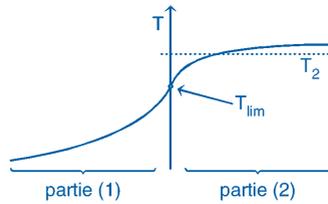


Figure 3 : Allure de la dépendance spatiale de la température (pour un système considéré comme deux parties en interaction).

partie (2) n'est pas en équilibre (ni quasi-équilibre) donc $\delta S_{1-\text{trans}} = \frac{\delta Q_1}{T_{\text{lim}}}$ avec $T_{\text{lim}} \neq T_2$ (trop loin de l'équilibre, les approximations dans les calculs des différentes contributions ne se compensent pas comme pour un « thermostat »).

En confondant les deux, on attribue artificiellement à la partie (1) l'entropie créée dans la partie (2) à cause du déséquilibre. Il n'est donc pas étonnant que les auteurs obtiennent $S_{\text{créé}} = \Delta S_{\text{total}} = S_{1-\text{créé}}$; puis en inversant les rôles $S_{\text{créé}} = \Delta S_{\text{total}} = S_{2-\text{créé}}$; d'où leur conclusion à tort : $S_{\text{créé}} = S_{1-\text{créé}} = S_{2-\text{créé}} \neq S_{1-\text{créé}} + S_{2-\text{créé}}$ (en réalité, le $S_{\text{créé}}$ qu'ils calculent correspond au total).

Par ailleurs, les auteurs justifient leur résultat soit en disant que l'entropie est créée à l'interface [3], ce qui est faux (l'entropie est créée à l'intérieur de chaque partie), soit en disant que $S_{\text{créé}}$ n'est pas une grandeur d'état et n'est donc pas additive [4], ce qui n'est pas mieux :

- ◆ non seulement cela ne justifie rien : le transfert thermique δQ n'est pas une grandeur d'état, ce qui ne l'empêche pas d'être additif ($\delta Q = \delta Q_1 + \delta Q_2$) ;
- ◆ mais de plus c'est faux : dans le cas étudié $S_{\text{trans}} = 0$ au total et ΔS_{total} correspond à une grandeur d'état, donc $S_{\text{créé}} = \Delta S_{\text{total}}$ se comporte comme une grandeur d'état (de même que le travail d'une force conservative, décrit par une énergie potentielle).

5. ÉTUDE THERMODYNAMIQUE

5.1. Rééquilibrage thermique

Pour traiter le cas précédent, on peut représenter l'approche de l'équilibre avec l'équation de la chaleur en se limitant à un dispositif ne dépendant que d'une coordonnée x (dans ce cas, c'est une approche dynamique).

On considère ainsi deux blocs de matériau identiques (pour simplifier), de longueur $\frac{L}{2}$ et de section σ , initialement à des températures T_1 (pour $-\frac{L}{2} < x < 0$) et $T_2 > T_1$ (pour

$0 < x < \frac{L}{2}$). Les deux blocs sont mis en contact à la date $t = 0$; on pose $T_{\text{eq}} = \frac{T_1 + T_2}{2}$ (température limite d'équilibre) et $\Delta T = T_2 - T_{\text{eq}} = T_{\text{eq}} - T_1$.

En notant μ la masse volumique, c_v la capacité thermique massique et K la conductivité thermique, l'équation de propagation de la chaleur peut s'écrire : $\mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$. Cette équation étant linéaire, on peut en chercher une base de solutions ; par séparation des variables, on obtient : $T(x, t) = e^{-\alpha t} \cdot (a \cdot \cos(\beta x) + b \sin(\beta x))$ avec $\alpha = \beta^2 \frac{K}{\mu c_v}$.

La linéarité permet de soustraire T_{eq} et de se ramener à chercher un développement en série de l'écart à l'équilibre. Par symétrie, le développement ne contient que des termes en sinus. En outre, le courant de chaleur, proportionnel au gradient de température, doit s'annuler aux extrémités : $\frac{\partial T}{\partial x} = e^{-\alpha t} \cdot \beta b \cdot \cos\left(\pm \beta \frac{L}{2}\right) = 0$; par suite : $\beta = \frac{(2i+1)\pi}{L}$.

On cherche donc les coefficients b_i tels que :

$$T(x, t) - T_{\text{eq}} = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\alpha_i t} b_i \sin\left((2i+1)\pi \frac{x}{L}\right)$$

redonne à l'instant initial $T(x, 0) - T_{\text{eq}} = \Delta T \text{ signe}(x)$. En étendant le calcul à $[-L, L]$ (pour tenir compte de la période du premier terme), ceci se ramène aux calculs de la série de Fourier : $b_i = \frac{\Delta T}{L} \int_{-L}^L \left| \sin\left((2i+1)\pi \frac{x}{L}\right) \right| dx = \frac{4\Delta T}{(2i+1)\pi}$. Ceci aboutit à la représentation

par une série : $\frac{T - T_{\text{eq}}}{\Delta T} = \frac{4}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{e^{-(2i+1)^2 \tau} \sin((2i+1)\pi X)}{(2i+1)}$ avec les variables réduites $X = \frac{x}{L}$ et $\tau = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{K}{\mu c_v} t$.

On obtient ainsi la variation temporelle décrite par la figure 4 (cf. page ci-après) (pour l'instant initial et pour des instants ultérieurs échelonnés en série géométrique, car la variation est très rapide au début, puis beaucoup plus lente).

Remarque

- ◆ On peut limiter en pratique le calcul numérique à 2 000 termes, sauf pour la représentation à l'instant initial, pour lequel 5 000 termes sont préférables.

6.2. Transfert et création d'entropie

En notant δQ le transfert thermique à travers la section d'aire σ pendant la durée

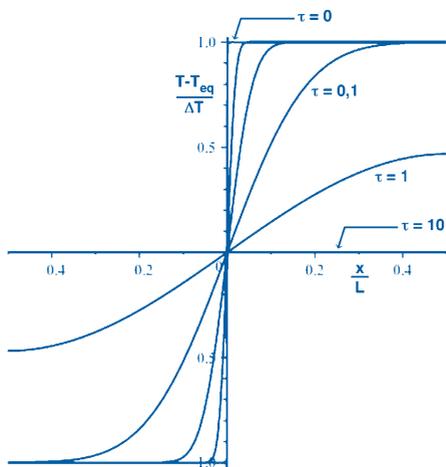


Figure 4 : Évolution temporelle de la dépendance spatiale de la température.

dt, le flux thermique est : $I = -K\sigma \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\delta Q}{dt}$; on peut en déduire le transfert d'entropie à travers cette section : $\delta S_{\text{trans}} = \frac{\delta Q}{T} = -\frac{K\sigma}{T} \frac{\partial T}{\partial x} dt$.

Pour une tranche de largeur dx, le transfert est par différence des deux côtés :

$$\delta S_{\text{trans}} = \frac{\delta Q_-}{T_-} - \frac{\delta Q_+}{T_+} = K\sigma dt \cdot \left(-\frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dx .$$

Remarque

◆ Certains calculs dépendent de la légère différence de température des deux côtés, mais (dans la limite $dx \rightarrow 0$) on peut considérer que « la température » de la tranche est définie.

Par ailleurs, pour une tranche de solide quasi-indilatable, l'identité thermodynamique conduit à :

$$C_v dT = dU = T dS - p dV \approx T dS$$

donc :

$$dS \approx C_v \frac{dT}{T} = \mu c_v \sigma dx \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial t} dt .$$

Par différence, en simplifiant d'après l'équation de la chaleur, la création d'entropie dans la tranche dx est :

$$\delta S_{\text{créé}} = dS - \delta S_{\text{trans}} = K\sigma dt dx \cdot \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 .$$

On peut alors visualiser sur la figure 5 l'évolution, en fonction du temps, de la création d'entropie par unité de longueur et par unité de temps $\frac{\delta S_{\text{créé}}}{dx \cdot dt} = \frac{K\sigma}{L^2} \cdot \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial X}\right)^2$ (densité de création d'entropie, avec la variable réduite $X = \frac{x}{L}$).

Remarque

◆ L'échelle logarithmique est préférable, car la distribution est très piquée au début de l'évolution.

On constate que, s'il est vrai que la création d'entropie a lieu principalement au voisinage de la surface de contact entre les deux blocs (surtout au début), elle n'en reste pas moins un phénomène étendu dans l'espace de part et d'autre de cette limite (partout où existe un gradient de température). Bien que les effets de part et d'autre ne soient pas indépendants, les créations d'entropie des deux côtés sont donc bien des propriétés respectives de chacun des blocs.

En intégrant sur l'ensemble de la durée du rééquilibrage thermique (calcul assez gourmand en temps de processeur), on obtient la répartition totale d'entropie créée par unité de longueur $\frac{\delta S_{\text{créé}}}{dx} = \frac{K\sigma}{L^2} \cdot \int_0^\infty \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial X}\right)^2 dt = \frac{\mu c_v \sigma}{\pi^2} \cdot \int_0^\infty \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial X}\right)^2 d\tau$, visualisée sur la figure 6.

Remarque

◆ Cette répartition est un peu moins piquée sur la limite des blocs, car la création décroît en s'étalant, mais s'effectue alors sur des durées plus grandes.

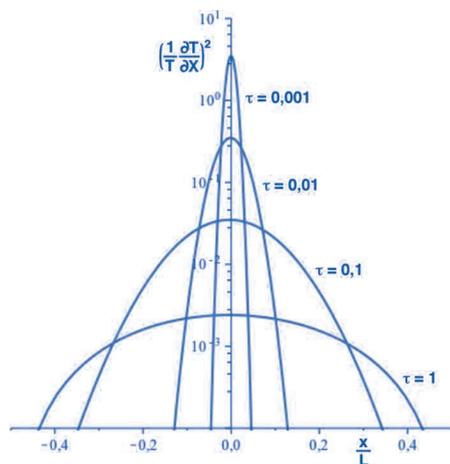


Figure 5 : Évolution temporelle de la dépendance spatiale de la création d'entropie.

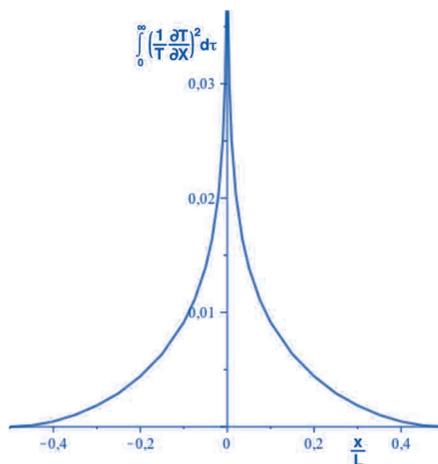


Figure 6 : Dépendance spatiale de la création totale d'entropie

CONCLUSION

Bien expliquer les bases de la thermodynamique est difficile. La publication, de temps à autre, de discussions sur le sujet est probablement très utile pour aider à mieux décrire certains points délicats. Les commentaires de Chantal DUPREZ et Martine MÉHEUT sont en ce sens très instructifs ; espérons que le présent article permettra d'y concourir de même (et je remercie en ce sens les relecteurs pour leurs suggestions très judicieuses).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] DUPREZ C. et MÉHEUT M. « À propos du concept de source thermique ». *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, décembre 2007, vol. 101, n° 899 (2), p. 77-103.
- [2] On peut consulter à profit les nombreuses références citées dans [1], en particulier :
- BOCQUET L., FAROUX J.-P. et RENAULT J., *Toute la thermodynamique, la mécanique des fluides et les ondes mécaniques*. Éditions Dunod, 2002.
 - LE HIR J. *Thermodynamique - optique géométrique*. Éditions Dunod, 1999.
 - SANZ M.N., BADEL A.E. et CLAUSSET F. *Physique 1^{ère} année, Cours et exercices corrigés, MPSI, PCSI, PTSI*. Éditions Dunod, 2002.
- [3] LE RILLE A. *Thermodynamique*. Édiscience, Éditions Dunod, 2003.
- [4] GRÉCIAS P. *Thermodynamique*. Éditions Tec & Doc, 1999.



Jean-Michel LAFFAILLE
Professeur de sciences physiques en MPSI
 Lycée Henri Bergson
 Angers (Maine-et-Loire)